Table des matières

PRÉSENTATION DU RECUEIL

En 2003, la première version de ce recueil voyait le jour grâce au travail de Mme Bernadette Janvier, professeure en didactique des mathématiques, à l'Université du Québec à Montréal et François Pelletier alors étudiant. Nous souhaitons remercier Mme Janvier de nous permettre de poursuivre le travail sur cette banque de situations. La présente version respecte la quasi-intégralité de la version initiale. Les plus récents changements engendrés par le plus récent programme de formation, tant au secteur jeunes qu'au secteur adultes, justifient les modifications apportées. Des ajouts relatifs à la modélisation mathématique des situations (identification du modèle, règle en jeu) enrichissent les propositions initiales.

Dès le primaire, les élèves sont amenés à analyser les différentes situations qui leur sont soumises afin de les résoudre. Au secondaire, la diversification des modes de représentation exposés aux élèves exige de ces derniers qu'ils puissent dégager différentes caractéristiques qui sont propres à chacun de ces modes. Ainsi, plus que de décoder les caractéristiques et informations partagées par chacun, ils doivent apprendre à convertir les données proposées sous un mode de représentation vers un autre, pour ainsi coordonner les différentes informations dégagées et se donner une meilleure compréhension d'une situation.

Ce recueil se veut un guide d'accompagnement pour les enseignants et les futurs enseignants dans leur enseignement de la modélisation[1] de situations dont le contexte est réel ou réaliste[2]. Nous y retrouvons deux principales parties : un répertoire de situations à travailler en classe et un document d'accompagnement qui explique en détails tous les aspects qui sont impliqués dans un problème de modélisation.

Dans la majorité des situations qui vous sont proposées dans notre répertoire, vous trouverez des exemples d'utilisation de cette situation en classe. Vous y verrez parfois des analogies et parfois vous découvrirez de grandes distinctions entre les différentes situations. Leur variété a pour but de sensibiliser le lecteur aux différentes possibilités qui s'offrent à l'enseignant dans une perspective où l'engagement de l'élève est visé. Les situations proposées peuvent être traitées au premier cycle du secondaire comme prétexte à l'étude de phénomènes de covariation. Mais elles peuvent tout aussi bien être reprises au second cycle où la recherche de la règle pourra être l'une des visées.

L'analyse des différentes situations proposées dans notre répertoire accompagnée de la lecture du document d'accompagnement sont de potentiels leviers qui permettront à l'enseignant en exercice ou au futur maître de développer ou de sélectionner dans les manuels ou sur le web, d'autres situations de covariation en considérant les différentes variables didactiques en jeu.

Ce recueil est évidemment destiné à être amélioré au fil du temps. Pour cette raison, vous retrouverez plusieurs espaces pour noter vos réflexions personnelles sur le contenu de même que certaines suggestions d'amélioration.

[1] En éducation aux adultes, on parle plutôt de processus de mathématisation.

[2] On parle de contexte réel lorsque l'élève fait réellement l'activité proposée dans l'énoncé du problème. Lorsque l'habillage du problème est issu du réel, on parlera de contexte réaliste.

Partie 1 : Guide d'accompagnement

APPROCHE PÉDAGOGIQUE

L'approche pédagogique préconisée dans ce recueil se veut diversifiée et très différente de celle qu'on retrouve dans les manuels scolaires. Il y a quatre principales facettes à notre approche pédagogique :

I. Les élèves doivent avoir des occasions de contribuer au développement des raisonnements mathématiques

Contrairement à ce qui se produit dans plusieurs classes, l'enseignement n'est pas à sens unique. Les objets d'apprentissage ne sont pas transmissibles directement par les mots. Leur façonnement est profondément influencé par les activités que l'élève vivra au fil du temps. Nous croyons que les élèves sont suffisamment brillants pour avoir des idées sur la façon de résoudre un problème. Ces idées sont des traces du développement de la compréhension de l'élève à un instant donné. L'élaboration de pistes de solutions contribue à façonner les raisonnements, à juger de leur pertinence pour ainsi les modifier au besoin. L'enseignant est un guide qui s'assure que les élèves ne s'écartent pas du but qu'ils visent. Il pourra au besoin poser des questions qui inviteront l'élève à porter attention à des aspects de la situation qu'il avait volontairement ou non écartés.

II. L'enseignant tire partie des productions des élèves

Il ne suffit pas de laisser aux élèves des occasions d'exprimer leurs idées, il faut aussi leur permettre d'apprendre de leurs erreurs et savoir tirer partie de leurs différentes réalisations. Par exemple, dans la situation *Le vol Paris-Montréal,* il y a six principaux types de graphiques que les élèves peuvent produire. En les faisant parler sur leur interprétation de la situation, l'enseignant peut mettre en évidence les lacunes de l'analyse de l'élève et lui indiquer en quoi il s'éloigne du problème initial.

III. La démarche scientifique est très utile, même en mathématiques !

Les élèves ne sont pas nécessairement familiers avec toutes les situations qui leur sont proposées dans ce recueil. Afin de mieux percevoir la situation, il leur faudra parfois avoir recours à une expérience. Dans ce cas précis, nous vous proposons une démarche utilisant l'approche scientifique en ce sens que les élèves vont commencer par faire des observations et émettre une hypothèse. L'expérimentation leur permettra par la suite d'obtenir des résultats et de faire des observations qui leur permettront de valider leurs différentes hypothèses et d'en arriver à une conclusion. C'est le cas notamment pour les situations suivantes : *Les ombres, L'eau qui bout, Le trait sur le mur, Le ballon qui gonfle, Le drapeau du scout, La promenade en montagne et Le degré de viscosité.*

IV. L'enseignement coopératif

Il s'agit d'un mode d'apprentissage où les élèves travaillent en petits groupes hétérogènes (élèves de forces différentes) tout en s'assurant que la participation de tous soit nécessaire. Il vise à créer une certaine interdépendance entre les élèves. De plus, l'apprentissage coopératif permet une confrontation des points de vue qui est bénéfique pour l'ensemble des élèves.

Voyons maintenant concrètement de quelle façon l'apprentissage coopératif est intégré à l'une des situations proposées dans ce recueil, *La course en taxi :*

- Lorsque l'enseignant demande à certains élèves de venir présenter leur modélisation graphique à l'avant de la classe afin d'expliquer leur interprétation de la situation, nous retrouvons une forme d'enseignement coopératif puisque les élèves sont sensibilisés au fait qu'il peut y avoir différentes interprétations d'une même situation et que chaque interprétation aura une représentation graphique qui lui est propre. Tous les élèves se donnent donc la peine de réfléchir sur le travail qui a été fait par leurs pairs.

- Un des prolongements proposé pour cette situation est de demander à chaque élève d'inventer le déroulement de sa propre course en taxi et de la décrire afin qu'un autre élève puisse en faire la représentation graphique. Dans ce cas-là, les deux élèves peuvent confronter leur perception de la situation puisque l'élève qui décrit la course en taxi n'est pas nécessairement en accord avec le graphique produit par son coéquipier.

PRINCIPES PÉDAGOGIQUES

Dans ce recueil, nous insistons sur certains éléments dans l'utilisation des situations proposées. Certaines personnes pourraient être tentées de croire que nous « nous attardons sur des détails insignifiants », mais ce n'est réellement pas le cas. Lorsque nous insistons sur certains aspects, c'est que nous les avons définis comme des principes pédagogiques importants qui sont à la base même du travail qui sera fait avec des élèves.

- **La verbalisation**

  Qu'entend-on au juste par verbalisation ? Il s'agit en quelque sorte de la façon dont on explique notre façon de penser pour communiquer aux autres. Dans ce recueil, on retrouve trois types de verbalisation :

  1. La verbalisation de l'élève : il s'agit d'une façon instinctive qu'à l'élève de décrire les choses en ses propres mots.

  2. La verbalisation transitoire : c'est une verbalisation, en termes simples, que suggère l'enseignant afin de préciser l'idée de l'élève telle qu'elle pourrait s'exprimer au premier cycle du secondaire.

  3. La verbalisation idéale : c'est celle qui utilise le vocabulaire consacré aux situations fonctionnelles ; elle devrait être mise en place à compter de la troisième secondaire.

  L'enseignant est le maître d'œuvre du passage entre ces différents types de verbalisation. Il doit amener l'élève à améliorer son vocabulaire sans le brusquer. En ce sens, l'enseignant doit lui-même faire extrêmement attention aux propos qu'il prononce.

  Le but principal de la verbalisation est de se faire comprendre. Il s'agit donc d'être le plus explicite possible. Ainsi, pour signifier que la situation est croissante (verbalisation idéale), on ne dira pas que les grandeurs varient dans le même sens (verbalisation des manuels), mais plutôt que lorsque la grandeur prédominante augmente, la grandeur conséquente augmente également (ou, au second cycle, lorsque les valeurs associées à la variable indépendante augmentent celles de la variable dépendent augmentent aussi).

  Parfois, la verbalisation permet à l'élève de signifier, de manière involontaire, quelle est sa véritable interprétation de la situation. Par exemple, dans la situation *La bouteille,* un élève pourrait vouloir choisir le niveau comme grandeur prédominante et son discours permet de constater que c'est plutôt le volume de liquide qu'il regarde en premier.

- **Faire des liens avec d'autres sujets du secondaire**

  Une autre considération lors du choix des situations que nous vous proposons dans ce recueil est d'aborder en parallèle des notions qui se retrouvent également au niveau où nous exploitons la situation au premier cycle du secondaire (ou en formation de base commune en éducation aux adultes. Cela permet ainsi de réviser certaines notions déjà vues et de s'assurer qu'elles demeurent à l'esprit des élèves. Voici donc un survol de ces notions mathématiques de même que les situations dans lesquelles on les retrouve :

  - ✓ Le cercle : *le cercle*
  - ✓ L'homothétie : *les ombres, le trait sur le mur*
  - ✓ La relation de Pythagore : *le drapeau du scout*
  - ✓ Les taux : *le degré de viscosité*
  - ✓ La proportionnalité : *les ombres, la bouteille, l'eau qui bout, le cercle (cas # 1-2), la location d'un outil, l'étirement d'un ressort*
  - ✓ Distance : *la chèvre*
  - ✓ Lieu géométrique : *la chèvre*
  - ✓ Le volume : *la bouteille*
  - ✓ La moyenne (vitesse) : *le vol Paris-Montréal*

- **Identifier toutes les grandeurs présentes dans une situation**

  La majorité des manuels scolaires ne mentionnent que deux grandeurs dans les problèmes qu'ils présentent. Ainsi, au second cycle, alors qu'on introduit plus formellement l'étude des fonctions, les élèves peuvent croire qu'il n'y a que deux grandeurs dans n'importe quelle situation. Ils ne voient donc pas la raison d'être des paramètres si ce n'est que de compliquer l'écriture symbolique de la règle de la situation. Pour remédier à cette lacune, nous prenons donc l'habitude de s'interroger, au début de chaque situation, sur les grandeurs qui sont présentes dans la situation. L'on décidera ensuite de celles qui seront considérées et de celles qui ne le seront pas. Dans la vie de tous les jours, rares sont les situations où il n'y a que deux grandeurs à considérer. Il y a d'autres grandeurs dans la situation et nous supposons qu'elles ont une valeur qui ne change pas, c'est pourquoi nous n'avons pas à les considérer en tant que tel. De plus, il arrive que ces autres grandeurs interviennent lorsqu'on tente de représenter formellement une situation. Il ne faut donc pas s'étonner de les voir apparaitre dans nos calculs.

- **Les traductions (conversions) entre modes de représentation**

  Il s'agit de transposer les informations que nous avons d'une situation dans un certain mode de représentation à un autre. Cette action permet également de mettre en évidence les caractéristiques propres à chaque mode de représentation et les contrastes qui peuvent apparaitre. Nous traiterons plus amplement des traductions dans les pages à venir.

- **Les conventions propres aux différents modes de représentation**

  Certains modes de représentation ont des conventions que l'on se doit de respecter. Ainsi, une liste de données n'est pas automatiquement un tableau de valeurs. Il faut que les conventions relatives au tableau de valeurs soient respectées pour cela. Nous y reviendrons dans les prochaines pages.

- **Permettre aux élèves de s'approprier la situation**

  Afin que le travail que nous faisons sur ces situations soit profitable, il faut que les élèves s'approprient la situation, c'est-à-dire qu'ils la travaillent de telle sorte qu'ils en saisissent mieux les différents aspects. Pour ce faire, il s'agit de savoir exploiter au maximum les informations fournies par chaque mode de représentation comme nous l'expliquerons dans la prochaine section

- **Établir les prémisses d'apprentissages faits aux niveaux supérieurs**

  La démarche utilisée permet de mettre en place certaines prémisses d'apprentissages qui sont faits aux niveaux supérieurs. Voici une liste de toutes les choses que vous mettrez en place en prévision d'apprentissages ultérieurs si vous exploitez ces situations au premier cycle du secondaire (Ed. adultes : MAT-2101-3) :

  ✓ **Illustrer la dépendance entre les variables d'une situation. (3e secondaire)**
  Au premier cycle du secondaire (ou en formation de base commune pour la formation en éducation aux adultes), dans toutes les situations, nous demandons aux élèves de décrire sa perception de la situation par une phrase. Cette phrase sert à mettre en évidence quelle est la grandeur qui est prédominante (celle qu'on contrôle, qu'on regarde en premier) et quelle est la grandeur conséquente (qui dépend de notre grandeur prédominante).

  En troisième secondaire, le même travail est à faire, mais on modifie le vocabulaire afin d'introduire celui qui est relatif au travail sur les fonctions. Ainsi, la grandeur prédominante sera dorénavant identifiée comme étant la variable indépendante de la situation tandis que la grandeur conséquente sera identifiée comme la variable dépendante.

  Plusieurs manuels traitent cette question comme s'il n'y avait qu'une seule variable indépendante possible. Dans ce recueil, les deux grandeurs pourraient être considérées comme des variables indépendantes à la condition que la verbalisation de la situation faite par l'élève le mette en évidence.

  ✓ **Résoudre des problèmes portant sur des situations où la relation entre les variables est linéaire.**
  (3e secondaire - Ed. adultes : MAT-3051-2)

  Un certain nombre de situations présentées dans ce recueil sont des situations proportionnelles ou, à tout le moins, proportionnelles à une constante près. De ce fait, le travail fait dans les différents modes de représentation peut servir à mettre en évidence la caractéristique de variation propre au modèle linéaire.

  De plus, notre façon d'aborder les situations permet d'habituer les élèves à identifier les points-repères d'une situation. Ainsi, ils seront mieux outillés pour saisir le sens de ce qu'on entend par ordonnée à l'origine, abscisse à l'origine, maximum, minimum, croissance, décroissance …

✓ **Analyser des variations à l'aide de divers modes de représentation.**

(3e secondaire - Ed. adultes : MAT-3051-2; 4e secondaire : MAT-4151-1, MAT-4161-2, MAT-4171-2)

Dès le premier cycle du secondaire, nous travaillons avec tous les modes de représentation et habituons les élèves à passer d'un mode à l'autre. Même le formel, pourtant assez complexe, est travaillé dans les situations géométriques puisqu'il s'agit souvent de problèmes en lien avec l'homothétie. Nous détaillerons les informations concernant chaque mode de représentation dans les pages qui suivent.

Nous travaillons également la différence entre une relation et une fonction lorsqu'on s'interroge à savoir si pour une valeur donnée de notre grandeur prédominante, il est possible d'avoir plus d'une valeur de la grandeur conséquente qui lui soit associée.

✓ **Déterminer les liens entre la variation des paramètres et la transformation du graphique cartésien correspondant.**

(4e secondaire - Ed. adultes : MAT-4151-1, MAT-4161-2, MAT-4171-2)

Dans toutes nos situations, nous habituons les élèves à faire un relevé de toutes les grandeurs présentes, même si nous ne les considérons pas nécessairement dans notre analyse de la situation. De cette façon, les élèves ne seront pas étonnés, lorsqu'ils arriveront en quatrième secondaire (Ed. adultes : MAT-4151-1, MAT-4161-2, MAT-4171-2), de constater qu'il peut y avoir plus de deux grandeurs dans une situation et qu'il y en a un certain nombre que nous devons fixer (les paramètres) afin de contrôler la covariation de nos deux variables. De plus, certaines situations permettent de constater, déjà en deuxième secondaire (Ed. adultes : MAT-2101-3), de l'effet de la variation d'un paramètre sur l'allure du graphique. Par exemple, dans la situation de *l'eau qui bout,* le graphique ne sera pas le même si on fait bouillir 100 ml d'eau que si on en fait bouillir 200 ml.

✓ **Analyser des fonctions polynominales de degré inférieur à trois.**

(4e secondaire- Ed. adultes : MAT-4151-1, MAT-4161-2, MAT-4171-2)

En quatrième secondaire, il s'agit ici de faire l'<u>étude de la situation.</u> Sans le mentionner explicitement, nous avons déjà fait de grands pas en ce sens lorsque nous analysons des situations au premier cycle du secondaire (Ed. adultes : MAT-2101-3). En effet, après avoir identifié les grandeurs prédominante et conséquente de la situation, nous nous intéressons aux valeurs qu'elles peuvent prendre. Il s'agit donc du domaine et du codomaine (ou image) de la situation. Nous nous intéressons aux points-repères de la situation de même qu'à la variation (croissance, décroissance, constance). On s'intéresse aussi au signe associé aux valeurs de la grandeur conséquente (signe des images). Il faut d'ailleurs travailler des situations qui vont dans le négatif.

✓ Résoudre des problèmes en utilisant des fonctions à variables réelles comme modèle d'une situation

(5^{e} secondaire – Ed. adultes : MAT-5161-2 et MAT-5171-2)

En cinquième secondaire, les élèves apprennent à travailler avec de nombreuses nouvelles fonctions à variables réelles. En effet, les fonctions valeur absolue, en escalier, racine carrée, rationnelle (inverse), exponentielle, logarithmique et trigonométriques sont abordées pour la première fois si on se base à ce qu'on retrouve dans les manuels scolaires.

Pourquoi ne pas profiter du travail sur la modélisation graphique amorcé au premier cycle du secondaire pour initier les élèves à ces fonctions sans les nommer par leur nom.

Voici un résumé du travail que nous avons fait :

- Situations en escalier : *la course en taxi et le parcomètre.*
- Situation rationnelles : *le cercle (cas #3), le trait sur le mur et le vol Paris-Montréal*

De plus, certaines situations qui sont proposées dans ce recueil se prêtent très bien à un travail sur la composition de fonctions. Un exemple accompagne d'ailleurs la situation *Promenade en montagne*.

MODES DE REPRÉSENTATION

Dans l'actuel programme de mathématique pour le secondaire et pour l'éducation des adultes, différents modes de représentation sont discutés : mots (registre verbal), dessin (schéma), table de valeurs, graphique, règle/équation. Dans le présent recueil, nous ajoutons l'expérience (contexte dit réel) comme façon de représenter la situation étant donné qu'une expérience constitue souvent la situation en soi. Dans les pages qui suivent, nous analyserons en profondeur chacun de ses six modes de représentations.

1. Expérience

Structure des expériences

Les activités expérimentales qui seront proposées respecteront généralement la méthode expérimentale en plus de permettre la reconnaissance des particularités et des caractéristiques concernant la variation des grandeurs présentes dans une situation donnée. Par exemple, il est possible de déterminer si les variables sont reliées de façon linéaire, quadratique, exponentielle …

Ainsi, on se base tout d'abord sur l'observation d'un phénomène qui nous intéresse ou sur lequel on se questionne. Face à ces interrogations, les élèves formulent des hypothèses qu'ils vont tenter de vérifier à l'aide d'une expérimentation. En analysant les résultats obtenus et en représentant la situation dans différents modes de représentation, les élèves pourront confirmer ou corriger leur hypothèse de départ afin d'en arriver à une conclusion relative à la covariation des deux grandeurs prises comme variables. Ainsi, on peut s'attendre à des conclusions qui s'apparentent aux conclusions suivantes :

- Les deux grandeurs sont proportionnelles.
- Les deux grandeurs sont inversement proportionnelles.
- La première grandeur est proportionnelle à l'inverse de la deuxième.
- La première grandeur est proportionnelle au carré de la deuxième.
- Peu importe la valeur que prend une des grandeurs, la valeur de la seconde grandeur est constante.
- Les grandeurs varient de façon linéaire.
- …

Quels sont les avantages de réaliser des expériences avec les élèves

- Le principal avantage des expériences est le fait qu'elles permettent aux élèves de valider leurs hypothèses quant à la façon dont se comportent les variables.
- La préséance d'une certaine variable est mise en évidence par le protocole expérimental.
- Les élèves apprennent à s'organiser par le biais des expériences : ils doivent organiser leurs résultats et doivent déterminer une façon de contrôler leurs variables expérimentales : on détermine la façon de varier de la variable indépendante et on s'assure que les paramètres soient fixés. Ainsi, on peut contrôler la covariation des deux grandeurs qui nous intéressent.
- Le tableau de valeurs apparait comme un outil utile pour organiser les données et non pas seulement comme une étape sans intérêt.
- Les élèves peuvent mieux se rendre compte de caractéristiques intéressantes qui ressortent d'une certaine situation (notamment pour mettre en évidence la proportionnalité).
- Les expériences permettent de sortir des problèmes scolaires, ce qui permet de rendre les mathématiques intéressantes, voire même amusantes. Les mathématiques servent alors à expliquer un phénomène qu'on a pu observer concrètement.
- Les expériences permettent de découvrir une grande richesse de grandeurs observables qui ne se retrouvent pas dans les problèmes traditionnels.
- Les expériences permettent également de faire des liens avec les cours de sciences et peut-être même sur pied des projets interdisciplinaires.

2. Verbal

Il s’agit d’une description écrite ou orale de la situation ou de la façon dont on l’interprète.

3. Schéma

Il s’agit d’une illustration qu’on se fait de la situation qui met en évidence les éléments essentiels de la situation.

Le schéma est particulièrement utile dans le cas où nous sommes en présence d’une situation géométrique puisqu’il est possible de faire abstraction des éléments superflus de la situation pour ne visualiser que les éléments importants. Si nous percevons certaines formes géométriques sur notre schéma, il nous sera possible d’utiliser les connaissances que nous avons sur ces figures géométriques pour ainsi déduire certaines mesures.

S’il y a production d’un schéma à l’échelle, c’est-à-dire qu’on connaît la relation de correspondance entre notre schéma et la réalité, il est possible de relever un certain nombre de données concernant la situation et même de faire la représentation sous mode graphique simplement en reportant des segments tirés de notre schéma.

4. Tableau de valeurs

Un tableau est constitué de séries de données disposées en lignes et en colonnes, d’une manière ordonnée, pour faciliter la consultation. Le tableau de valeurs a pour particularité de permettre de visualiser le lien de dépendance entre deux grandeurs variables.

Conventions relatives au tableau de valeurs

- Titre faisant référence à la provenance des données
- Grandeur prédominante (variable indépendante) dans la première colonne s’il s’agit d’un tableau vertical ou sur la première ligne, s’il s’agit d’un tableau horizontal.
- Grandeur conséquente (variable dépendante) dans la deuxième colonne s’il s’agit d’un tableau vertical ou sur la deuxième ligne, s’il s’agit d’un tableau horizontal.
- Les valeurs de la grandeur prédominante (variable indépendante) sont placées en ordre croissant.

5. Graphique

Il s’agit de la représentation de données dans un repère, le plan cartésien, constitué de deux axes gradués perpendiculaires. L’axe horizontal est l’axe des abscisses et l’axe vertical est l’axe des ordonnées.

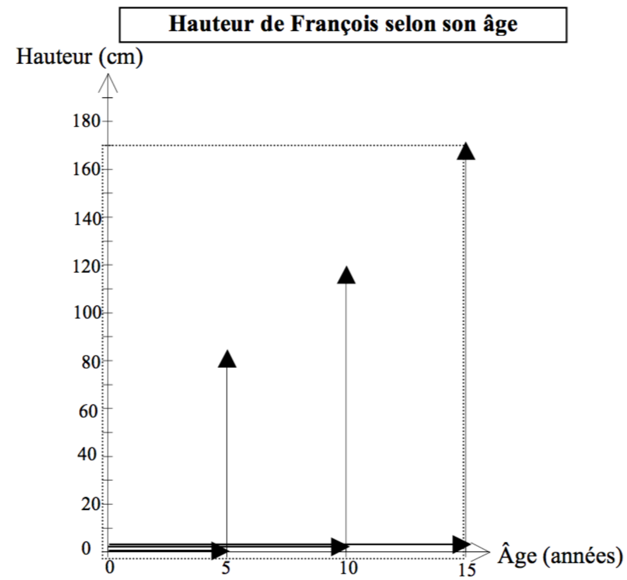
Conventions relatives au graphique cartésien

- Titre faisant référence à la provenance des données.
- Grandeur prédominante (variable dépendante) est située sur l’axe des ordonnées et sert à identifier cet axe.
- Grandeur conséquente (variable dépendante) est située sur l’axe des ordonnées et sert à identifier cet axe.
- Les axes sont normés, c’est-à-dire que les graduations sont placées à intervalles réguliers.

Les marches-états et les marches d’accroissement

Les **marches-états** servent à situer des points dans le plan cartésien par un report de deux quantités. La première étant une valeur associée à notre grandeur prédominante (variable indépendante) et la deuxième étant une valeur associée à la grandeur conséquente (variable dépendante). Ainsi, en partant de l’origine, nous traçons une première flèche correspondant à notre première valeur sur l’axe des abscisses. À partir de la valeur d’abscisse indiquée par la pointe de cette flèche, nous allons tracer une deuxième flèche dans la direction de l’axe des ordonnées (donc perpendiculairement) qui va correspondre à notre valeur. La pointe de cette flèche désigne un point appartenant à la situation. Pour placer un second point, on reprend le même processus en reparlant à nouveau de l’origine du plan.

La hauteur de François selon son âge	
Âge (années)	**Hauteur (cm)**
5	85
10	120
15	172

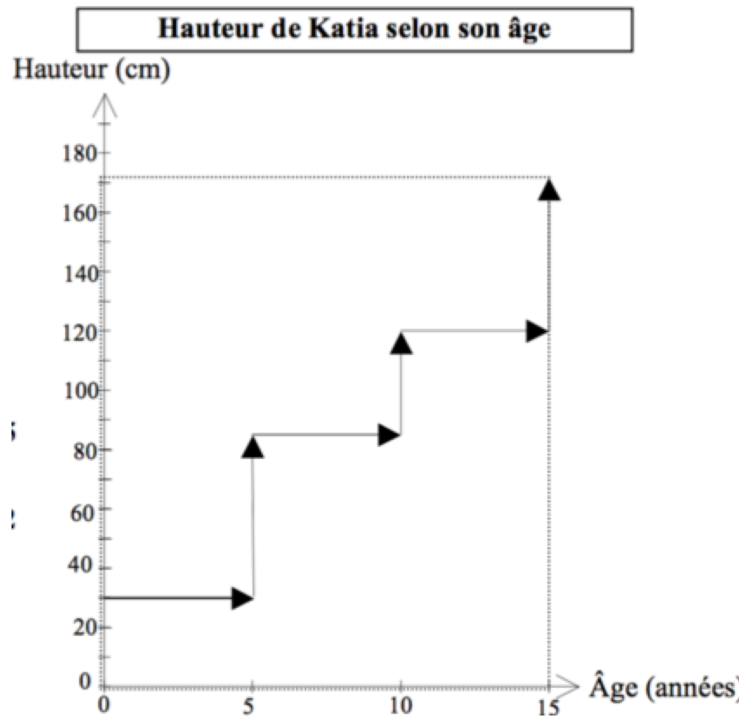


- Remarque : Les enseignants ne devraient jamais abandonner l’étude les marches-états puisqu’elles sont une très bonne habitude et donnent du sens au graphique étant donné qu’elles représentent des quantités.

Les **marches d’accroissement** quant à elles servent à se déplacer d’un point du graphique à un autre. Elles illustrent les écarts en abscisses entre deux valeurs de la grandeur prédominante (variable indépendante) et deux valeurs de la valeur conséquente (variable dépendante). La pointe de chaque flèche en direction de l’axe des ordonnées désigne un point appartenant à la situation.

La hauteur de Katia selon son âge

	Âge (années)	Hauteur (cm)	
	0	40	+45
+5	5	85	+35
+5	10	120	+52
+5	15	172	



Lorsque vient le temps de graduer nos axes, il faut faire une petite réflexion afin de faire un choix de graduation qui soit approprié. Pour ce qui est des graduations de notre axe des abscisses, elles seront déterminées par la façon de contrôler notre grandeur prédominante. Dans l’exemple ci-dessus, on a des données sur la hauteur de Katia aux âges qui sont des multiples de 5. Par conséquent, l’axe des abscisses a été gradué à tous les 5 unités. Si les données de la grandeur prédominante n’ont pas un écart constant, il est possible de choisir une graduation en ayant bien à l’esprit qu’on doit être en mesure de subdiviser facilement chaque graduation en 2 ou 3 parties plus petites au besoin. Ainsi, des graduations par 1, 2, 3, 4, 6, 8 sont très appropriées, Pour ce qui est des graduations de l’axe des ordonnées, le tout va dépendre de l’étendue des valeurs et de l’espace dont nous disposons. Par exemple, les valeurs de hauteur que nous avons dans l’exemple ci-dessus sont positives et la valeur maximale est de 172 (on peut arrondir à 180). Il a donc été décidé de graduer par 20 avec une subdivision à tous les 10 unités.

Tracer un graphique par report de segments

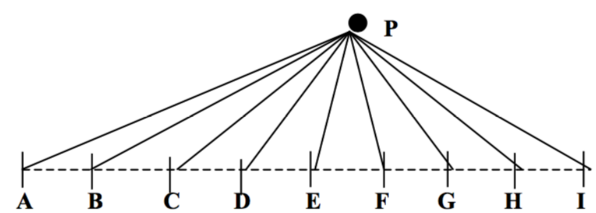
Lorsque nous sommes en présence d'une situation géométrique, il est possible de tracer un graphique par report de segments sans avoir besoin de mesures. Ces segments peuvent également servir à graduer les axes d'une façon non numérique.

Considérons la situation suivante :

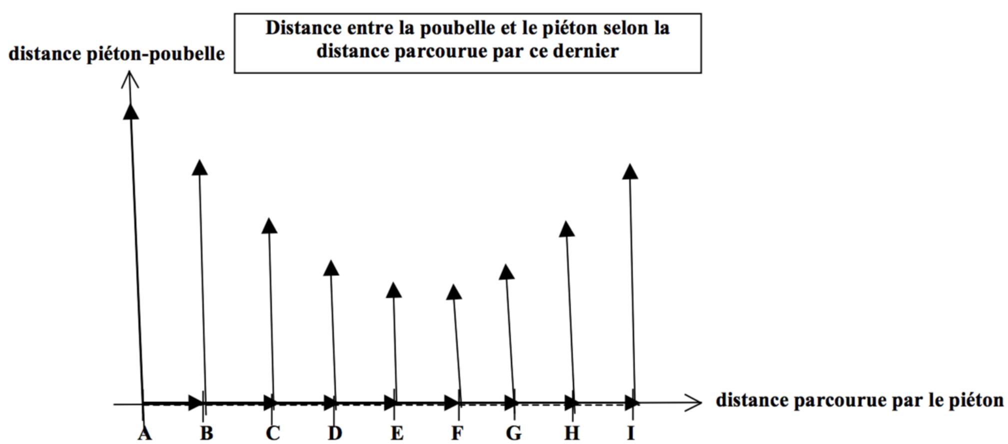
Un piéton se promène sur le sentir représenté par le segment pointillé ci-dessous. On s'intéresse à la distance qui le sépare d'une poubelle représentée par le point P.

Grandeur prédominante : Distance parcourue par le piéton

Grandeur Conséquente : Distance entre le piéton et la poubelle



Traçons maintenant le graphique correspondant à cette situation en reportant les différents segments tirés de la situation qui deviendront nos marches-états. Lorsque la distance parcourue est nulle, nous savons que la distance entre le piéton et la poubelle correspond au segment PA. Ainsi, le segment AB deviendra notre première marche tandis que le segment PB sera la première contremarche et ainsi de suite.



6. Formel

Il s’agit de la formule qui met en relation les grandeurs considérées. La grandeur conséquente (variable dépendante) est généralement isolée puisqu’on cherche la règle qui permet de déterminer sa valeur à partir de n’importe quelle valeur de la grandeur prédominante (variable indépendante).

Dans ce cas de situations géométriques, on peut généralement déterminer la formule par simple observation des figures géométriques en présence et utilisation des propriétés de ces figures qui nous sont connues.

C’est le mode de représentation qui demande le plus d’abstraction puisqu’on manipule des symboles plutôt que de manipuler les véritables grandeurs. Le passage au langage symbolique doit se faire graduellement. Au départ, il ne faut pas se gêner pour inscrire des expressions littérales dans nos calculs, cela facilite la compréhension.

LES TRADUCTIONS

À De	Expérience	Verbal	Schéma	Table de valeurs	Graphique	Formel
Expérience						
Verbal						
Schéma						
Table de valeurs						
Graphique						
Formel						

Légende

	Appropriation de la situation
	Modélisation / Mathématisation de la situation
	Interprétation de la situation

1. Appropriation de la situation

Les cases qui se retrouvent sur la diagonale du tableau de traduction sont très rarement utilisées dans les manuels tout comme dans le programme de mathématique. Pourtant, ce sont les traductions qui sont les plus profitables à l'élève en ce sens qu'elles lui permettent de s'approprier la situation, de l'analyser jusqu'aux plus petits détails. Il ne s'agit pas de tout réinventer ou de reproduire telle quelle une modélisation déjà existante, mais plutôt de savoir tirer profits des informations que fournissent chacun des modes de représentation.

Ces traductions particulières ont été mises en évidence dans la situation du *trait sur le mur.* Examinons brièvement de quelle façon nous pouvons découvrir des informations concernant notre situation simplement en regardant le mode de représentation d'une autre façon. Il y a évidemment d'autres façons de travailler dans ces cases du tableau de traduction, vous les découvrirez au fur et à mesure à mesure que vous aborderez de nouvelles situations.

Expérience ⟶ Expérience

Il peut s'agir de faire une réflexion sur notre méthode expérimentale afin d'éliminer les sources d'erreurs. Il peut aussi d'agir d'analyser notre protocole afin de mettre en évidence quelle est la grandeur que nous contrôlons réellement puisque nous devons la considérer comme telle et en faire notre grandeur prédominante (variable indépendante).

Verbal ⟶ Verbal

Nous faisons ce type de traduction lorsque nous reformulons le problème en nos propres mots, lorsque nous disons la façon dont nous l'interprétons. C'est aussi le fait de porter une attention particulière au discours que nous tenons.

Schéma ⟶ Schéma

C'est tout le travail qui est fait à partir de la situation. Par exemple, si nous simplifions le schéma ou que nous mettons en évidence une certaine figure géométrique afin d'en utiliser ultérieurement les propriétés dans le but de mieux comprendre la situation, c'est du travail sur le schéma qui demeure dans le mode de représentation schéma.

Tableau de valeurs ⟹ Tableau de valeurs

Un tableau de valeurs, lorsque nous savons bien nous en servir, peut-être une mine de renseignements. En effet, le titre peut nous donner des informations sur la situation. Les conventions relatives à ce mode de représentation, particulièrement en ce qui concerne la variable indépendante et la variable dépendante, nous fournissent des informations précieuses sur la façon dont nous abordons la situation.

Le tableau est également un outil utile pour étudier la covariation de nos grandeurs. En effet, il est possible de mettre en évidence les écarts entre les deux items du tableau ou encore le lien interne qui unit nos deux grandeurs.

Le tableau peut également, par simple observation des données, nous donner quelques indications quant au domaine et au codomaine de la situation ainsi qu'au sujet de la variation et des points-repères de la situation.

Graphique ⟹ Graphique

Sur un graphique, il est possible d'identifier certains points à l'aide des marches-états. Il est également possible d'analyser la variation à l'aide des marches d'accroissements. Le titre du graphique et les noms des axes constituent également des informations privilégiées quant à la situation.

À l'annexe A de ce recueil, on retrouve un texte concernant la composition des fonctions. Nous pouvons donc voir clairement les contenus de deux ou plusieurs graphiques afin d'en créer un nouveau.

Formel ⟹ Formel

Il s'agit de tout le travail arithmétique et algébrique qu'il nous est possible de faire sur la règle de notre situation afin d'isoler une certaine grandeur ou encore de déterminer si elle s'apparente à un modèle connu.

2. Modélisation /Mathématisation de la situation

Il s'agit de traductions qui ont pour but de prendre la situation qui est représentée dans un mode simple pour la représenter d'une façon qui soit plus abstraite.

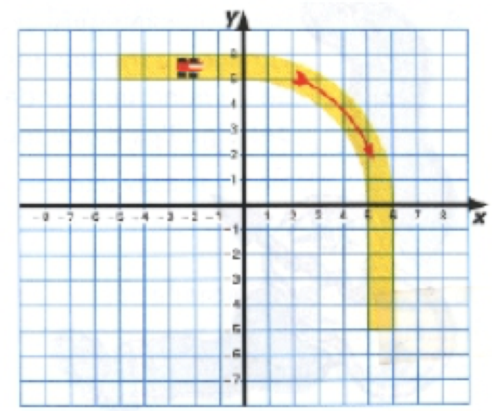
Nous cherchons à associer la situation à un modèle connu de la façon la plus précise possible. Nous voulons avoir le plein pouvoir sur la situation.

3. Interprétation de la situation

Il s'agit de prendre une situation représentée dans un mode plus abstrait et de l'interpréter de manière à la rendre accessible, à la rendre concrète. Nous cherchons, par ce type de traduction, à simplifier les choses.

ATTENTION ! DIFFICULTÉS À L'HORIZON !

1. Conflit entre l'objet-source et l'objet-cible



Il s'agit en quelque sorte d'une transposition que nous faisons entre la situation réelle (ou sa représentation schématique) et le graphique que nous faisons pour représenter la situation.

Par exemple, dans le cas d'une promenade en montagne, il se peut que nous soyons tentés de représenter la situation par une courbe ayant la forme d'une colline (ou d'un seul de ses versants).

On peut aussi confondre le tracé du graphique de la vitesse en fonction du temps d'un véhicule de course avec la forme de la trajectoire du véhicule.

Il est important d'être sensibilise à ce genre d'erreur et de limiter les conséquences de ce conflit auprès des élèves. Une des premières choses à faire est d'éviter de sélectionner des problèmes dans les manuels où l'on incorpore des éléments réels (personnage, voiture, animal, …) à un graphique cartésien comme c'est le cas dans l'image ci-contre[3].

2. Tendance à tout linéariser

Il s'agit, comme le nom l'indique, d'une tendance presque naturelle à relier des points par un segment de droite ou à s'imaginer qu'une situation appartient au modèle linéaire aussitôt que les deux grandeurs « varient dans le même sens ».

[3] MAURER, Serge et al, *Les maths et la vie 2e secondaire*, Montréal, Éditions Brault et Bouthilier, 1994, tome 1, p.161

3. Chronique

Il s’agit d’une habitude que nous avons à vouloir traiter une situation comme une histoire qui se déroule dans le temps, à faire un lien de continuité entre les différents éléments de la situation. Les erreurs découlant de cette difficulté sont plus particulièrement observables dans le mode de représentation verbal puisqu’en observant attentivement le discours, on peut relever des termes qui sont en lien avec le temps ou la vitesse. Ainsi, les expressions suivantes sont quelques-unes de celles qui permettent d’identifier la chronique (si le temps n’est pas une grandeur considérée dans la situation bien évidemment) : au début, après, longtemps, pendant un certain temps, rapidement, de plus en plus vite, rapidement, lentement, ensuite …

Partie 2 : Situations détaillées

SITUATION 1 : LES OMBRES

Énoncé du problème

Nous avons tous déjà pu observer notre ombre sur le sol lorsque nous marchons dans la rue. Peut-être même certaines personnes se sont-elles déjà amusées à voir un jeune enfant essayer d'attraper son ombre? Les ombres sont omniprésentes dans notre vie, mais les connait-on vraiment ?

Nous nous intéressons aux grandeurs suivantes : la longueur et l'ombre d'un objet, la distance horizontale qui sépare le pied de cet objet à celui de la source lumineuse. Comment ces grandeurs interagissent-elles ?

Avantages d'utiliser cette situation

- Dans cette situation visuelle et géométrique où les grandeurs sont représentées par des segments, il est possible de faire la modélisation graphique par report de segments.

- En plus des deux grandeurs considérées, il y a d'autres qui sont présentés. Il s'agit ici de la hauteur de la lampe et de la taille de l'obstacle (individu ou objet). Il est donc possible de sensibiliser les élèves à la notion de paramètre qui est travaillée en quatrième secondaire (Ed. adultes : MAT-4161-2, MAT-4171-2, MAT-4153-2, MAT-4163-2, MAT-4173-2).

- La modélisation formelle est accessible aux élèves du premier cycle ainsi que la formation de base commune en éducation aux adultes (Ed. adultes : MAT-2101-3, MAT-2102-3) puisqu'ils ont étudié l'homothétie et sont donc en mesure de déterminer l'égalité des rapports des mesures des côtés homologues dans deux figures semblables.

- L'expérience permet aux élèves de constater qu'il s'agit d'une situation proportionnelle alors que ce n'est pas l'impression qu'ils ont lors de l'introduction à la situation.

- Il est important de constater que le domaine est continu et que pour cette raison, il y aura toujours une longueur d'ombre qui va être associée à n'importe laquelle des distances séparant le pied de l'objet de celui de la source lumineuse, qu'il s'agisse d'une mesure entière ou non.

Tableau de traduction

À De	Expérience	Verbal	Schéma	Table de valeurs	Graphique	Formel
Expérience	X		X	X	X	
Verbal	X	X	X			
Schéma					X	X
Table de valeurs				X	X	
Graphique					X	
Formel						X

<u>Exemple d'exploitation de cette situation dans une classe du premier cycle du secondaire et son prolongement au second cycle</u>

1. L'enseignant présente le problème à ses élèves.
2. L'enseignant demande aux élèves ce qu'est l'ombre et comment elle est créée. Il faudrait idéalement en arriver à une définition ressemblant à celle-ci pour que les élèves puissent bien comprendre les explications ultérieures : *l'ombre, c'est une région sombre de l'espace qui est due à l'interception de la lumière par un obstacle.*
3. Demander aux élèves d'identifier les grandeurs qui sont présentes dans cette situation. Il est primordial que ce soit les élèves eux-mêmes qui énumèrent les grandeurs présentes afin de se préparer graduellement à l'étude des paramètres qui sera faite en quatrième secondaire (Ed. adultes : MAT-4151-1, MAT-4161-2, MAT-4171-2, MAT-4153-2, MAT-4163-2, MAT-4173-2). Dans le présent document, nous traitons toujours cette situation comme si c'était évident que les deux grandeurs considérées sont la longueur de l'ombre et la distance horizontale séparant le pied de la lampe de celui de l'objet. Il se peut que les élèves manifestent une interprétation de la situation qui donne plus d'importance à deux autres grandeurs. Il faudrait que l'enseignant soit capable d'utiliser une démarche similaire et de travailler à partir des idées des élèves.
4. Demander aux élèves de dire en leurs propres mots ce qu'on recherche, c'est-à-dire de quelle façon ils croient que les deux grandeurs bougent, comment elles varient ? D'après la verbalisation faite par l'élève, il est primordial de mettre en évidence le fait qu'une grandeur a préséance sur l'autre. Ainsi, nous pouvons nous attendre à ce que deux types de phrases différentes soient prononcées par les élèves :

   A. « Plus l'objet est loin de la lampe, plus l'ombre est grande. »
   (Grandeur prédominante : distance horizontale entre le pied de la lampe et le pied de l'objet)

   B. « Plus l'ombre est grande, plus l'objet est loin. »
   (Grandeur prédominante : longueur de l'ombre)

   L'enseignant peut alors répéter la phrase en changeant la formulation afin d'habituer les élèves à utiliser un vocabulaire plus varié qui fait référence à la variation des grandeurs de façon plus explicite.

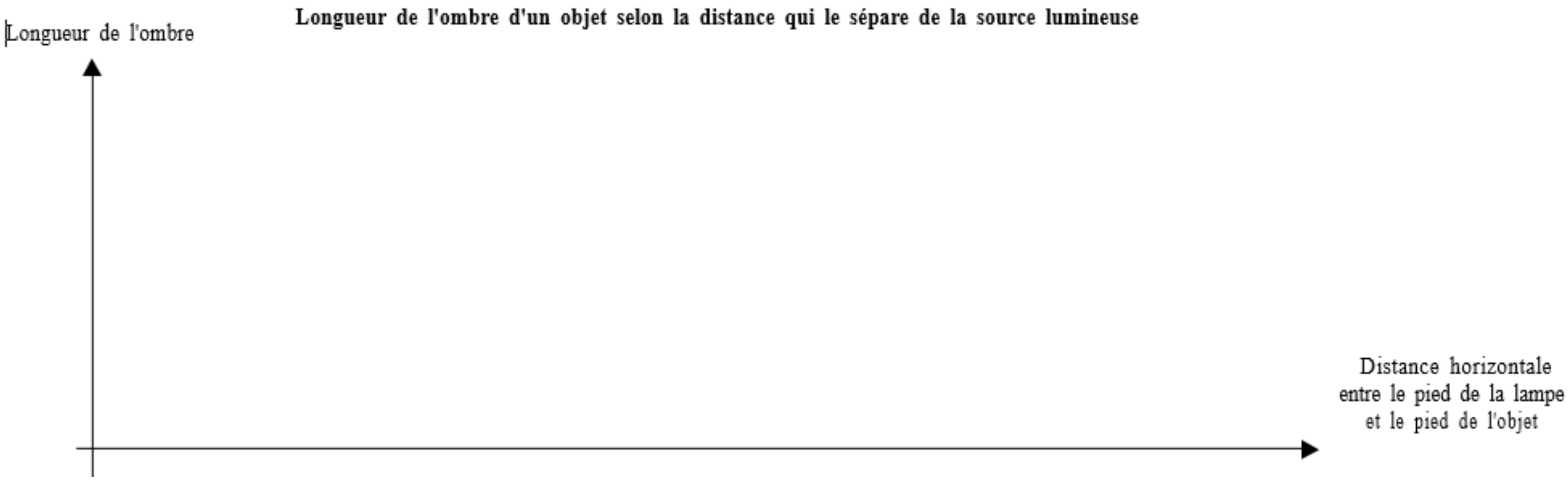
   A. « Plus la distance horizontale entre le pied de la lampe et le pied de l'objet augmente, plus la longueur de l'ombre est élevée. » (Grandeur prédominante : distance horizontale entre le pied de la lampe et le pied de l'objet.)

   B. « Plus la longueur de l'ombre augmente, plus la distance horizontale séparant le pied de l'objet du pied de la lampe est grande. » (Grandeur prédominante : longueur de l'ombre.)

*Dans la suite de cet exemple, nous allons supposer que c'est la phrase A ou une variante qui a été prononcée.

À ce stade-ci, il devient important de s'interroger sur les variables choisies afin de voir si elles sont définies en tout temps. (On se questionne donc sur le domaine et le codomaine de la situation sans mentionner explicitement.) La distance horizontale entre le pied de la lampe et le pied de notre objet peut prendre n'importe qu'elle valeur dans les réels positifs. La longueur de l'ombre peut également prendre toutes les valeurs possibles dans les réels positifs. Cependant, l'expérience que nous ferons ultérieurement devrait nous convaincre que l'on ne peut pas obtenir des mesures précises dans tous les cas puisque lorsque l'objet est rendu à une certaine distance de la source lumineuse, l'ombre est plus floue et il est difficile d'en déterminer les extrémités.

5. On peut donc tracer les axes de notre plan cartésien en mettant en abscisse la distance horizontale entre le pied de la lampe et le pied de l'objet en ordonnée la longueur de l'ombre. Nous ne graduerons pas nos axes pour le moment.



6. Demander aux élèves de faire une hypothèse quant à la façon de varier de nos deux grandeurs et de faire une première ébauche du graphique qui représenterait cette situation en lien avec leur hypothèse.

7. Par questionnement, l'enseignant peut faire ressortir un certain nombre d'hypothèses émises par les élèves et mettre en évidence la nécessité de vérifier ces hypothèses afin de bien voir laquelle ou lesquelles correspondent à la réalité.

8. Pour vérifier les différentes hypothèses, quoi de mieux qu'une petite expérience. Dans le but de respecter les principes en didactique des sciences, il est important que le protocole expérimental soit défini par les élèves eux-mêmes. Un exemple se retrouve dans l'encadré ci-dessous.

> **Exemple d'expérience :**
>
> - Placer un crayon sur une table à une certaine distance d'une lampe, par exemple la largeur d'un livre ou la longueur d'une gomme à effacer.
> - À l'aide d'une règle, relever la longueur de l'ombre créée.
> - Répéter les étapes précédentes pour différentes distances entre la source lumineuse et le crayon.

9. Pour travailler dans le plus de modes de représentation possibles, il serait intéressant de demander à la moitié des élèves de noter les résultats dans le tableau de valeurs et à une autre moitié de travailler dans le graphique où il est possible de reporter des segments directement issus de l'expérience. Ces segments serviront donc à tracer les marches-états qui représentent un certain nombre de points pouvant représenter la situation.

   Des exemples se trouvent à la page suivante.

10. Pour analyser la situation dans le tableau de valeurs, on peut mettre en évidence le fait que la situation est proportionnelle de différentes manières (lien interne, écart additif constant à la variable indépendante, écart multiplicatif).

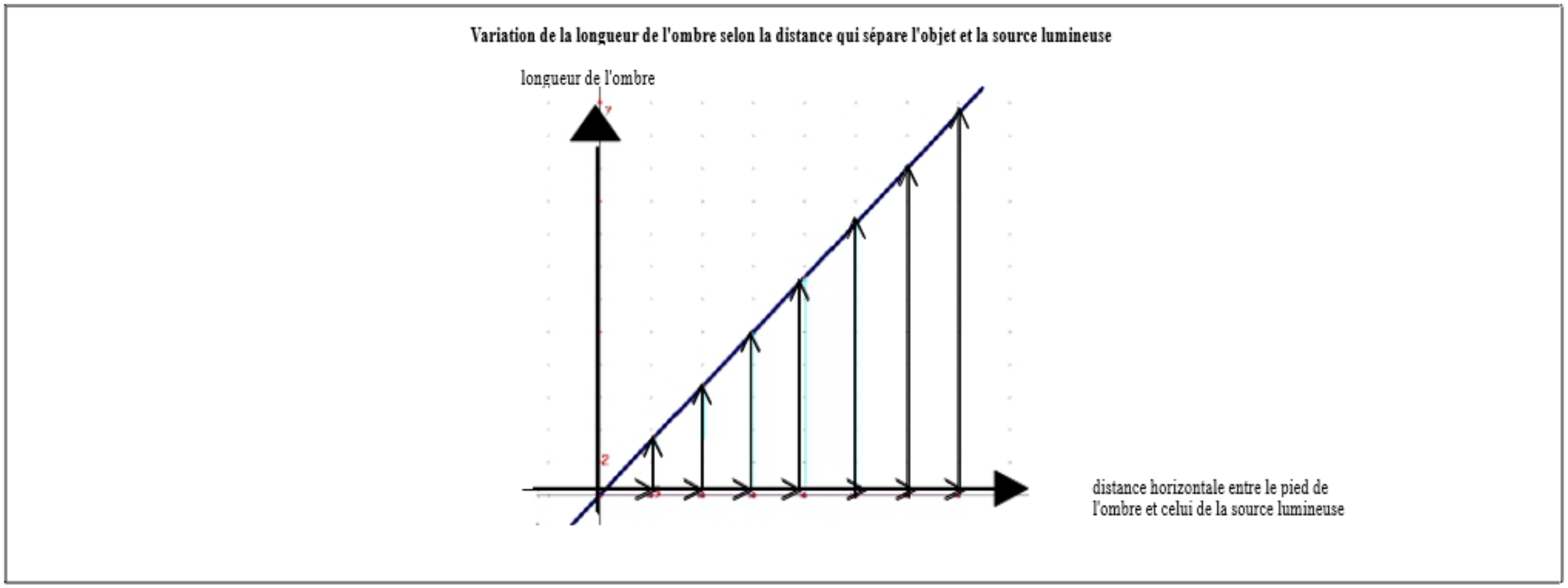
11. Si on regarde maintenant notre graphique, les élèves seraient tentés de reliés les points immédiatement. Toutefois, il faut leur faire remarquer qu'on ne sait pas encore ce qui se passe entre deux points du graphique et qu'il faut réfléchir un peu avant de relier les points.

    En faisant le lien avec notre tableau de valeurs où nous avons mis la proportionnalité en évidence et en mentionnant que pour n'importe quelle valeur de distance horizontale entre la source lumineuse et l'objet, on a toujours une grandeur d'ombre associée et qu'à une distance nulle, la grandeur de l'ombre est nulle ; il est possible de tracer la droite représentant la situation. Il ne faut pas se gêner pour passer régulièrement d'un mode de représentation à l'autre.

Tableau de valeurs

Longueur de l'ombre d'un objet selon la distance qui sépare l'objet et la source lumineuse (hauteur de la lampe : 25 cm) (hauteur du crayon : 10 cm)	
Distance horizontale entre le pied de la source lumineuse et celui de l'objet (cm)	**Longueur de l'ombre (cm)**
0	0
5	3,3
10	6,7
15	10
20	13,3
25	16,7
30	20
*Comme il s'agit d'une situation réelle, nous ne réussirons pas à obtenir des résultats indéfiniment.	

Graphique

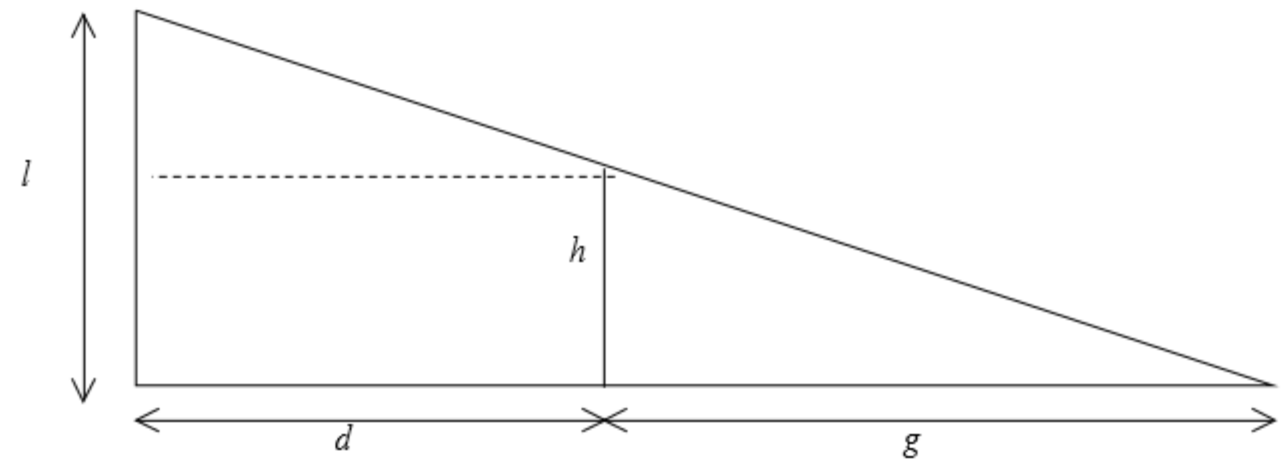


Comme il s'agit d'une situation géométrique, il est possible de tracer le graphique par report de segments. (Voir p.16)

12. On revient sur les différentes hypothèses émises par les élèves et on regarde lesquelles sont vérifiées.

13. Il est ensuite possible de faire un premier essai de modélisation formelle puisque les élèves ont déjà étudié les figures semblables en deuxième secondaire (Ed. adultes : MAT-2102-3). On peut donc d'abord faire un schéma de la situation.

Schéma



Légende:

l : hauteur de la lampe
h : hauteur de l'objet
g : longueur de l'ombre
d : distance horizontale qui sépare le pied de l'objet de celui de la lampe

14. Nous pouvons maintenant écrire l'égalité des rapports des côtés homologues. Si les élèves ont suffisamment d'habiletés avec les manipulations algébriques, on peut isoler notre grandeur conséquente, soit la grandeur de l'ombre.

Si on observe le schéma représentant la situation, on peut voir qu'il y a des triangles rectangles qui sont semblables puisqu'ils ont tous un angle droit et un autre angle qui est commun avec le plus grand des triangles. (Cas A-A de similitudes des triangles)

Comme on a des triangles semblables, on sait que les rapports des mesures des côtés homologues sont égaux. Nous pouvons donc établir la proportion suivante :

$$\frac{(\textit{\textbf{hauteur de la lampe}} - \textit{\textbf{haueur de l'objet}})}{\textit{\textbf{hauteur de l'objet}}} = \frac{\textit{\textbf{distance horizontale qui sépare le pied de l'objet de celui de la lampe}}}{\textit{\textbf{longueur de l'ombre}}}$$

On constate ici que quatre différentes grandeurs sont utilisées pour représenter formellement la situation. On peut toutes les représenter par une lettre :

l : hauteur de la lampe
h : hauteur de l'objet
g : longueur de l'ombre
d : distance horizontale qui sépare le pied de l'objet de celui de la lampe

On doit cependant bien avoir en tête qu'il n'y a que deux de ces grandeurs qui sont des variables. Dans ce cas-ci, il s'agit de la longueur de l'ombre et de la distance horizontale qui sépare le pied de l'objet de celui de la lampe. Ainsi, l'utilisation de lettres dans la représentation formelle n'a pas toujours le même rôle.

$$\frac{l-h}{h} = \frac{d}{g}$$

Si on isole notre grandeur conséquence, nous obtenons donc :

$$g = \frac{dh}{l-h}$$

Prolongements possibles de cette situation

- Comme il s'agit d'une situation qui se représente bien géométriquement, il serait possible de la travailler avec un logiciel de géométrie dynamique tels que *Cabri-géomètre ou GeoGebra* pour mettre en évidence les différents liens entre les grandeurs présentes dans la situation. En effet, ce logiciel peut nous permettre de faire bouger certaines grandeurs tandis que nous en fixons d'autres et il nous permet aussi de faire apparaître les mesures à l'écran, ce qui peut nous permettre de dresser rapidement une table des valeurs représentant la situation. Par contre, on ne peut pas travailler dans mode graphique de façon rapide et pratique ave ce logiciel.

- Il est possible d'ajouter d'autres grandeurs et, par une étude approfondie des paramètres, de déterminer de nouvelles modélisations formelles qui représentent cette situation. On peut penser entre autres aux angles présents dans le triangle qui représente cette situation.

- Cette situation peut également être abordée en troisième secondaire (Ed. adultes : MAT-3051-2 ou MAT-3053-2) où on travaille le modèle linéaire de même que les situations proportionnelles et inversement proportionnelles. Et en quatrième secondaire (Ed. adultes : MAT-4151-1, MAT-4161-2, MAT-4171-2, MAT-4153-2, MAT-4163-2, MAT-4173-2) lors de l'étude des fontions polynominales réelles.

- Cette situation pourrait également être intéressante lors du passage à la géométrie dans l'espace tridimensionnel. En effet, on pourrait alors s'intéresser à la surface de l'ombre créée par rapport à la distance entre la source lumineuse et l'obstacle. Nous aurions alors une fonction quadratique. Comme cette application est en lien direct avec les solides semblables, il faudrait attendre la quatrième secondaire (Ed. adultes : MAT-4153-2, MAT-4163-2, MAT-4173-2, MAT-4153-2, MAT-4163-2, MAT-4173-2) avant de l'utiliser.

- Il est possible d'introduire des valeurs négatives dans cette situation si on considère l'orientation des segments : si l'objet est situé derrière la lampe, la distance horizontale entre la source lumineuse et l'objet serait négative. De la même façon pour la grandeur de l'ombre, on peut décider de la considérer en valeur absolue ou encore de lui attribuer un signe selon son orientation par rapport à la lampe.

SITUATION 2 : L'EAU QUI BOUT

Énoncé du problème

Tout le monde est amené, un jour ou l'autre, à faire bouillir de l'eau afin de cuire des aliments ou encore pour préparer une infusion de thé. Plusieurs savent que l'eau peut passer de l'état liquide à l'état gazeux, mais sait-on vraiment comment se produit la vaporisation ?

Nous nous intéressons aux grandeurs suivantes : Le temps et la température de l'eau.

Comment ces grandeurs interagissent-elles ?

Avantages d'utiliser cette situation

- Nous avons ici une situation où le temps est la grandeur prédominante. Les élèves se questionnent donc sur la façon dont varie la température de l'eau. Sans faire l'expérience, on peut avoir de multiples hypothèses.
- Nous avons ici un exemple de situation où les grandeurs sont proportionnelles à une constante près sur un certain intervalle et où la température demeure constante sur autre intervalle. Cette situation constitue donc une première approche avec les fonctions dites « par parties ».
- Pour l'expérimentation, il est possible de faire un lien intéressant avec le cours de science et technologie (1er cycle du secondaire) où l'on étudie la chaleur et ses effets.
- Il y a plusieurs paramètres qui sont à contrôler dans une telle expérience. Elle peut donc servir à faire prendre conscience aux élèves de certaines grandeurs qu'il faut connaître pour pouvoir réaliser une expérience convaincante qui vise un but précis.

Tableau de traduction

À / De	Expérience	Verbal	Schéma	Table de valeurs	Graphique	Formel
Expérience	X			X		
Verbal	X	X				
Schéma						
Table de valeurs				X	X	
Graphique		X				
Formel						

Exemple d’exploitation de cette situation dans une classe du premier cycle

1. L’enseignant présente le problème à ses élèves sans donner d’indication sur la façon de varier des deux grandeurs.

2. Demander aux élèves d’identifier les grandeurs qui sont présentes dans cette situation. Il est primordial que ce soit les élèves eux-mêmes qui énumèrent les grandeurs présentes afin de se préparer graduellement à l’étude des paramètres qui sera faite en quatrième secondaire (Ed. adultes : MAT-4151-1, MAT-4161-2, MAT-4171-2). On peut ici s’attendre à des grandeurs diverses dont : le temps, la température de l’eau, la quantité d’eau, la pression atmosphérique, la source de chaleur, le type de récipient dans lequel est l’eau …

3. L’enseignant demande ensuite aux élèves de décrire leur perception de la situation en une phrase qui va servir à mettre en évidence quelle est la grandeur prédominante et quelle est la grandeur conséquente. Ainsi, on peut s’attendre à deux types de phrases différentes :

   A. « Plus ça fait longtemps qu’on chauffe, plus la température de l’eau est élevée. »
   (Grandeur prédominante : temps)

   B. « Plus la température de l’eau est élevée, plus ça fait de temps que je chauffe. »
   (Grandeur prédominante : température de l’eau)

   L’enseignant peut alors répéter la phrase en changeant la formulation afin d’habituer les élèves à utiliser un vocabulaire plus varié qui fait référence à la variation des grandeurs de façon plus explicite.

   A. « Plus le temps augmente, plus la température de l’eau est élevée. »
   (Grandeur prédominante : temps)

   B. « Plus la température de l’eau augmente, plus le temps de chauffage est élevé. »
   (Grandeur prédominante : température de l’eau)

*Dans la suite de cet exemple, nous allons supposer que c’est la phrase A qui a été retenue.

4. À ce stade-ci, il devient important de s'interroger sur les variables choisies afin de voir pour quelles valeurs elles ont été définies. (On se questionne donc sur le domaine et le codomaine de la situation sans le mentionner explicitement.) Pour ce qui est du temps, on peut supposer qu'il sera défini dans les réels positifs, c'est-à-dire de 0 jusqu'à ce que toute l'eau se soit évaporée. La température, quant à elle, va varier jusqu'à la température d'ébullition de l'eau. Dans un tel cas, ne pas leur donner cette valeur et plutôt la noter « température maximale ».

5. Demander aux élèves de faire une hypothèse quant à la façon de varier de nos deux grandeurs et de faire une première ébauche du graphique qui représenterait cette situation en lien avec leur hypothèse.

6. Par questionnement, l'enseignant peut faire ressortir un certain nombre d'hypothèses émises par les élèves et mettre en évidence la nécessité de vérifier ces hypothèses afin de bien voir laquelle ou lesquelles correspondent à la réalité.

7. Pour vérifier les différentes hypothèses, nous allons maintenant réaliser l'expérience. Celle-ci pourrait aussi se faire avec la collaboration de l'enseignant du cours de *science et technologie* (1er cycle du secondaire)). Dans le but de respecter les principes en didactique des sciences, il est important que le protocole expérimental soit défini par les élèves eux-mêmes.

8. Afin de retirer un maximum d'informations de cette expérience, on peut séparer les élèves en équipes de deux ou trois personnes et modifier certaines des caractéristiques expérimentales. Par exemple, on peut faire varier le temps entre les différentes observations (30 sec, 1 min, 2 min.) ou encore la quantité d'eau à chauffer (100 ml, 200 ml, 500 ml). Même si la quantité d'eau n'est pas une des grandeurs que l'on considère quand la situation, il peut être intéressant de faire remarquer aux élèves que les résultats varient si on a des quantités différentes d'eau. Par conséquent, si on veut avoir tous les mêmes résultats, il faut fixer cette quantité d'eau pour qu'elle soit commune à tous. (Ceci est en lien direct avec l'étude des paramètres en quatrième secondaire (Ed. adultes : MAT-4151-1, MAT-4161-2, MAT-4171-2)).

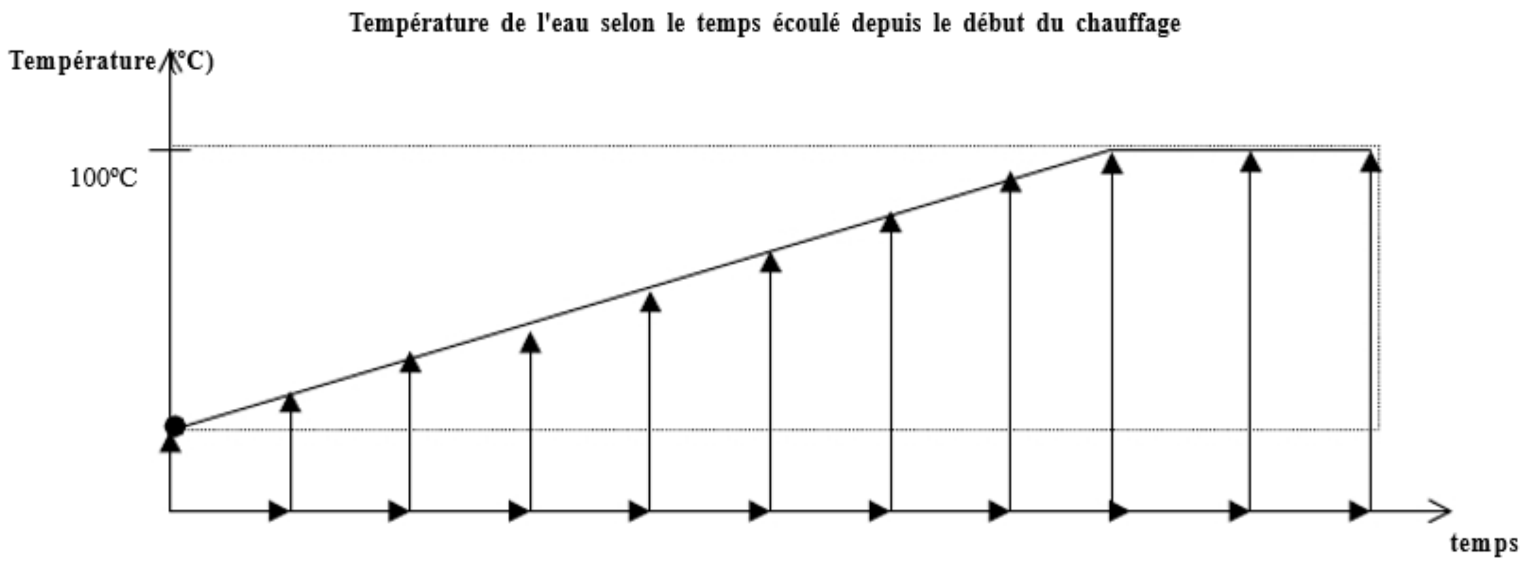
9. Pour relever les données expérimentales, le mode de représentation le plus approprié est, dans ce cas-ci, le tableau de valeurs. En voici un exemple pour le cas où on fait chauffer 100 ml d'eau jusqu'à ébullition.

Température de l'eau selon le temps de chauffage

Temps écoulé depuis le début chauffage (min)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Température de l'eau (°C)	23	30	37	44	51	58	65	72	79	85	91	98	100	100	100	100

10. Si on jette un regard au tableau ci-dessus, on remarque que la température croît jusqu'à 100ºC et qu'elle se stabilise à cette valeur. Si on regarde les accroissements de température de l'eau entre chaque ligne, on peut constater que ces accroissements se situent aux alentours de 6-7. Ils sont assez constants si on fait abstraction des erreurs expérimentales qui ont pu se produire. Si on vient placer les différents points dans un graphique à l'aide de marches-états, on peut s'attendre à ce que les points soient alignés. (On verra précisément pourquoi lors de l'étude du modèle linéaire en troisième secondaire (Ed. adultes : MAT-3051-2).

    Comme au temps 0, la température n'est pas nulle, on ne peut pas dire que nous sommes en présence d'une telle situation proportionnelle. Par contre, la caractéristique de la variation est semblable alors on peut dire que sur un intervalle de temps, la situation proportionnelle à une constante près. Lorsqu'on atteint la température de 100ºC, on remarque que la température cesse de varier et reste constante. Cette température correspond précisément au point d'ébullition de l'eau et va donc rester constante jusqu'à l'évaporation complète de l'eau.



11. Avant de relier les différents points, il faut s'interroger pour savoir si entre deux points définis par notre expérience la caractéristique de variation est la même, c'est-à-dire est-ce que pour des intervalles de temps plus petits on a aussi des accroissements de température constants. S'il y a certaines équipes qui ont travaillé avec des intervalles de temps infiniment petits lors d'une expérience, il faudra supposer que les accroissements de température sont constants pour des intervalles de temps de même longueur et ainsi, on peut se permettre de relier les points. On peut finalement faire un retour sur les différentes hypothèses qui avaient été émises par les élèves.

Prolongements possibles de cette situation

- Il est possible de faire une expérience analogue en considérant la solidification de l'eau, c'est-à-dire le passage de l'état liquide à l'état solide (glace).

- Lorsqu'on atteint le point d'ébullition, on constate que le liquide conserve approximativement la même température jusqu'à ce que l'évaporation soit complète. On pourrait donc se servir de cette observation pour déterminer le point d'ébullition d'autres produits, que ce soit de façon expérimentale ou encore par observation d'un graphique. Pourquoi ne pas utiliser un graphique où les trois phases seraient présentes : solide, liquide et gazeux ?

- En troisième secondaire (Ed. adultes : MAT-3051-2), dans le cadre de l'étude du modèle linéaire, il est possible de déterminer les formules qui représentent cette situation, que ce soit à partir de graphique ou encore par accumulation d'accroissements dans le tableau de valeurs.

- Il existe aussi des thermomètres électroniques qu'on peut relier à une calculatrice graphique ou à un ordinateur afin d'obtenir le tracé exact du graphique de la température en fonction du temps. Il serait alors intéressant d'analyser ce graphique afin d'analyser les variations de température et de les comparer aux conclusions que nous avons pu faire à partir de l'expérience.

NOTES PERSONNELLES

SITUATION 3 : L'ÉTIREMENT D'UN RESSORT

Énoncé du problème

Une des propriétés du ressort est de pouvoir s'étirer.

Nous nous intéressons aux grandeurs suivantes : la masse suspendue et la longueur du ressort.

Comment ces grandeurs interagissent-elles ?

Avantages d'utiliser cette situation

- Comme ce n'est pas une situation de la vie courante, le recours à l'expérience est primordial pour permettre aux élèves de s'approprier la situation.
- Il est possible de réaliser l'expérience avec du matériel très simple. En effet, le ressort peut être remplacé par un simple élastique et nous obtiendrons des résultats qui sont tout aussi valables.
- C'est une situation qui représente bien le modèle linéaire et pour laquelle nous n'avons pas besoin nécessairement de relever des données numériques.
- Bien que l'étirement d'un ressort soit une notion qui apparaisse au programme de science physique de cinquième secondaire, c'est une situation qui peut être traitée dès le secondaire 2 ou 3 (Ed. adultes : MAT-2101-3, MAT-3051-2).

Tableau de traduction

À De	Expérience	Verbal	Schéma	Table de valeurs	Graphique	Formel
Expérience	X	X			X	
Verbal	X	X				
Schéma						
Table de valeurs						
Graphique		X				
Formel						

<u>Exemple d’exploitation de cette situation dans une classe de deuxième secondaire</u> (Ed. adultes :MAT-2101-3 ou MAT-3051-3)

1. L’enseignant présente le problème à ses élèves.

2. Demander aux élèves d’identifier les grandeurs qui sont présentes dans cette situation. Il est primordial que ce soit les élèves eux-mêmes qui énumèrent les grandeurs en jeu. Nous pouvons nous attendre à des grandeurs diverses dont : la longueur du ressort, l’allongement du ressort, la masse suspendue, le nombre de spires qu’il y a dans le ressort…

3. L’enseignant demande ensuite aux élèves de décrire leur perception de la situation en une phrase qui va servir à mettre en évidence quelle est la grandeur prédominante et quelle est la grandeur conséquente. Ainsi, on peut s’attendre à deux types de phrases différentes :

   A. « Plus la masse est grande, plus le ressort est long. » (Grandeur prédominante : masse suspendue)
   B. « Plus le ressort est grand, plus c’est pesant. » (Grandeur prédominante : longueur de ressort)

   L’enseignant peut alors répéter la phrase en changeant la formulation afin d’habituer les élèves à utiliser un vocabulaire plus varié qui fait référence à la variation des grandeurs de façon explicite.

   A. « Plus la masse suspendue augmente, plus la longueur du ressort est grande. »
   (Grandeur prédominante : masse suspendue)
   B. « Plus la longueur du ressort augmente, plus la masse suspendue est grande. »
   (Grandeur prédominante : longueur du ressort)

*Nous verrons bientôt pourquoi la phrase A est celle qui a le plus de sens dans le contexte de cette situation.

4. À ce stade-ci, il devient important de s'interroger sur les variables choisies afin de déterminer quelles valeurs nous risquons d'observer vraisemblablement dans cette situation. (Nous nous questionnons donc sur le domaine et le codomaine de la situation sans le mentionner explicitement.) Pour ce qui est de la masse suspendue, elle sera définie dans les réels positifs, c'est-à-dire de 0 jusqu'à une certaine masse maximale que le ressort ne pourrait pas supporter. La longueur de ressort, quant à elle, va varier entre 0 et une certaine longueur maximale. Il est impossible de prévoir les valeurs que le ressort ne pourra pas supporter sans avoir de caractéristiques propres au ressort. Nous allons seulement signifier qu'il y aura des valeurs extrêmes.

5. Demander aux élèves de faire une première ébauche du graphique qui représenterait cette situation en lien avec leur hypothèse (étape 3).

6. Par questionnement, l'enseignant peut faire ressortir un certain nombre d'hypothèses émises par les élèves et mettre en évidence la nécessité de vérifier ces hypothèses afin de bien voir lesquelles correspondent à la réalité.

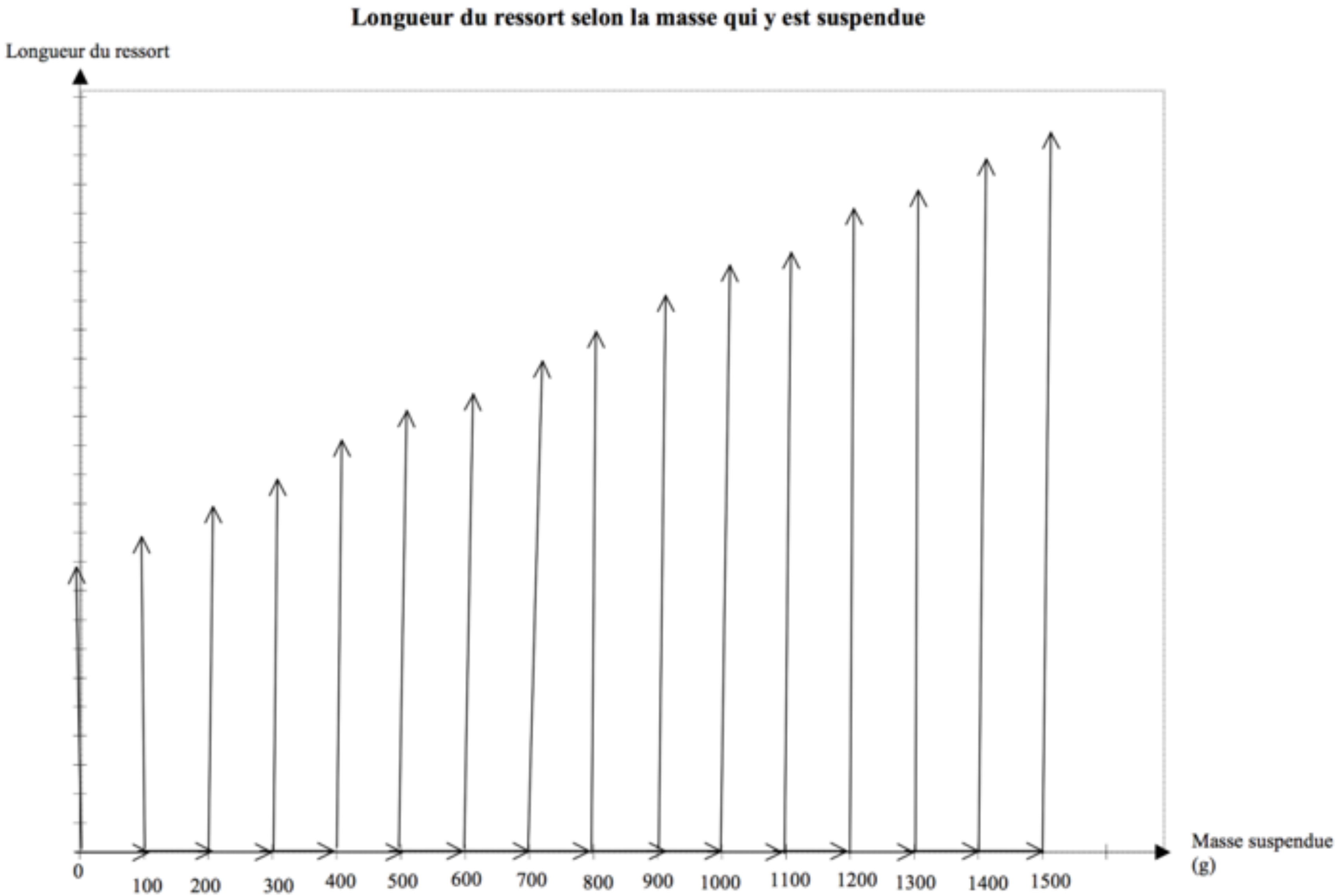
7. Pour vérifier les différentes hypothèses, nous allons maintenant réaliser l'expérience. Le matériel dont nous avons besoin pour cette expérience est minime : un élastique et des masses à suspendre. Dans le but de respecter les principes en didactique des sciences, il est important que le protocole expérimental soit défini par les élèves eux-mêmes. Il est primordial de faire réaliser aux élèves que leur démarche expérimentale met en évidence qu'elle est la grandeur prédominante dans leur façon d'aborder la situation puisqu'il s'agit de la grandeur qu'ils contrôlent. Dans le cas qui nous intéresse présentement, c'est la masse suspendue que les élèves font varier, il s'agit donc de la grandeur qu'ils contrôlent. Dans le cas qui nous intéresse présentement, c'est la masse suspendue que les élèves vont varier, il s'agit donc de la grandeur prédominante. La longueur de ressort est donc la grandeur conséquente. Il serait plus difficile, voire même impossible, de sélectionner une longueur de ressort pour ensuite ajuster la masse suspendue. (C'est pour cette raison que la phrase A doit être privilégiée à l'étape 3.)

8. Nous allons passer immédiatement à la représentation sous mode graphique en utilisant un report de segments directement tirés de notre expérience. Nous commençons tout d'abord par reporter la mesure du ressort lorsqu'aucune masse n'est suspendue, elle détermine notre ordonnée à l'origine. Ensuite, nous allons ajouter successivement des masses de 100g et reporter les longueurs du ressort qui correspondent à chaque masse sur notre graphique. Un exemple de graphique se trouve à la page suivante.

9. Les élèves pourraient être tentés de relier immédiatement les points que nous avons positionnés par segments orientés. Il ne faut pas les laisser faire. On ne relie jamais des points sans avoir fait une réflexion au préalable. Nous pouvons dire que la masse suspendue est une grandeur qui est continue puisque pour n'importe quelle valeur située entre deux valeurs utilisées dans l'expérience, il serait possible de trouver un objet ayant cette masse pour ensuite le suspendre. De façon générale, on remarque que plus la masse suspendue augmente, plus la longueur du ressort augmente. Nous pouvons sans l'ombre d'un doute affirmer qu'il en est de même entre chacun de nos points. Il serait donc possible de tracer une courbe qui représenterait notre situation de façon générale en passant par nos points, il s'agit ici d'une droite.

*Il est à noter cependant que certaines erreurs expérimentales ont pu s'être glissées dans notre expérience. Graphiquement, il en résulterait que certains points ne se trouvent pas sur notre droite.

10. Si nous examinons les points que nous connaissons du graphique et que nous regardons les marches d'accroissement qui nous permettent de passer de l'un à l'autre, il est possible de constater que pour des accroissements constants de masses, nous avons des accroissements constants de la longueur du ressort. C'est donc une situation qui est linéaire. Elle est proportionnelle à une constante près puisque lorsque la masse suspendue est nulle, la longueur du ressort n'est pas nulle.



Longueur du ressort selon la masse qui y est suspendue
Longueur du ressort
Masse suspendue (g)
0
100
200
300
400
500
600
700
800
900
1000
1100
1200
1300
1400
1500

Prolongements possibles de cette situation

- Si on relève des données numériques, il est possible de trouver la formule de cette situation en cumulant les accroissements dans le tableau de valeurs. C'est une façon de réinvestir le travail qui a été fait sur les suites.

- Il est possible de réaliser l'expérience avec différents types de ressorts afin de comparer les résultats obtenus et d'en arriver à définir ce qu'est la constante d'élasticité et comment nous pouvons la retrouver dans nos différents modes de représentation.

Autre situation à exploiter en lien avec la mécanique

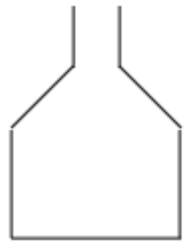
- Les élèves construisent eux-mêmes un pendule avec une corde d'une certaine longueur sur laquelle un trombone est fixé. On fera alors varier la masse fixée sur le trombone à l'aide de l'ajout d'écrous par exemple, ou de rondelles. Les élèves calculent ensuite le nombre d'oscillations que fait le pendule en un temps donné alors qu'on aura défini la position initiale du pendule..

NOTES PERSONNELLES

SITUATION 4 : LA BOUTEILLE

Énoncé du problème

Nous avons une bouteille qui a la forme illustrée ci-contre.



Nous nous intéressons aux grandeurs suivantes : le volume de liquide, le niveau du liquide dans la bouteille. Comment ces grandeurs interagissent-elles ?

Avantages d'utiliser cette situation

- Aucune des grandeurs n'a de préséance naturelle sur l'autre. Ainsi, nous verrons autant d'élèves dire que le niveau de liquide dans la bouteille est une grandeur prédominante qu'il y en aura qui diront que c'est plutôt le volume de liquide dans la bouteille.
- Lorsqu'on veut représenter le volume dans un graphique, on ne peut pas simplement reporter des segments puisque le volume n'est pas une grandeur linéaire. Comme on veut « linéariser » cette grandeur dans le but de produire un graphique, il faudra donc réfléchir à la façon de graduer nos axes.
- Lorsque les élèves décrivent ce qui se passe dans cette situation en leurs propres mots, ils intègrent souvent des éléments associés au temps ou à la vitesse de remplissage alors que ces grandeurs ne sont pas considérées dans la proposition. Pour corriger la situation, il est possible de dire aux élèves de vider la bouteille au lieu de la remplir.
- Dans la description qu'ils feront de la situation pour décrire leur modélisation graphique, il y a de fortes chances que les élèves utilisent le terme « proportionnel ». L'enseignant doit alors s'assurer que toutes les caractéristiques relatives à la proportionnalité sont respectées dont celle qui veut que la droite tracée passe par l'origine du plan cartésien.

Tableau de traduction

De \ À	Expérience	Verbal	Schéma	Table de valeurs	Graphique	Formel
Expérience						
Verbal			X			
Schéma		X	X		X	
Table de valeurs						
Graphique		X			X	
Formel						

Exemple d'exploitation de cette situation dans une classe du premier cycle du secondaire

1. L'enseignant présente le problème à ses élèves sans donner d'indication sur la façon de varier des deux grandeurs.

2. Demander aux élèves d'identifier les grandeurs qui sont présentes dans cette situation. Il est primordial que ce soient les élèves eux-mêmes qui énumèrent les grandeurs présentes afin de se préparer graduellement à l'étude des paramètres qui sera faite en quatrième secondaire (Ed. adultes : MAT-4151-1, MAT-4161-2, MAT-4171-2). On peut ici s'attendre à des grandeurs diverses dont : le niveau d'eau dans la bouteille, le diamètre de la bouteille, la surface d'eau, la circonférence de la bouteille, le volume d'eau dans la bouteille…

3. L'enseignant demande ensuite aux élèves de décrire leur perception de la situation en une phrase qui va servir à mettre en évidence quelle est la grandeur prédominante et quelle est la grandeur conséquente. Les élèves doivent faire une ébauche du graphique représentant cette situation.

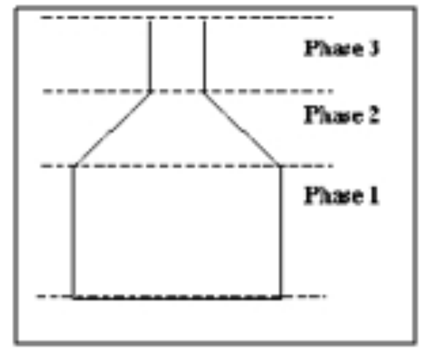
4. Pendant ce temps, l'enseignant circule dans la classe afin de repérer les élèves qui ont choisi le niveau de liquide comme grandeur prédominante et ceux qui ont choisi le volume de liquide dans la bouteille. Il distribue un acétate à un élève de chaque catégorie.

5. L'enseignant demande aux élèves, à tour de rôle, à venir présenter leur interprétation de la situation en disant tout d'abord la phrase qui résume de quelle façon les deux grandeurs sont reliées. On demande ensuite aux élèves de dire quelles sont les valeurs de volume et de niveau liquide pour lesquelles la situation est vérifiée. (Nous nous intéressons donc au domaine et au codomaine de la situation sans le mentionner explicitement.

6. L'enseignant demande ensuite aux élèves d'identifier les points repères de cette situation. S'ils ont tous accès à une bouteille. Ils peuvent prendre un crayon non-permanent et tracer les marques délimitant les différentes phases. Les élèves peuvent placer ces points repères sur le graphique à l'aide de marches-états. Il faudrait travailler régulièrement sur la représentation de la bouteille en parallèle avec le reste.

7. On est maintenant intéressé à savoir comment est la variation entre ces points-repères. Au départ, on peut déduire que c'est croissant partout puisque lorsqu'une grandeur augmente (volume ou niveau d'eau), l'autre grandeur augmente aussi. Afin de pouvoir tracer la courbe, l'élève doit bien verbaliser la caractéristique de variation de la situation comme dans les exemples qu'on retrouve dans les pages suivantes. Il est important ici de s'assurer que le temps ne soit pas omniprésent dans les explications faites par l'élève afin de ne pas surcharger le discours. Avec les explications, on devrait s'attendre à voir apparaitre des marches d'accroissements sur le graphique. On ne peut relier les points qu'une fois la caractéristique de variation bien établie pour une certaine phase.

Scénario A



Grandeur prédominante : Volume de liquide dans la bouteille
Grandeur conséquente : Niveau de liquide dans la bouteille

Exemple de phrase d'élève décrivant ce lien entre les deux grandeurs :

« Plus il y a de liquide, plus la hauteur de liquide est grande. » Il est possible de redire cette phrase autrement afin d'habituer les élèves à utiliser un vocabulaire plus varié qui fait référence à la variation des grandeurs de façon plus explicite : « Plus le volume de liquide dans la bouteille augmente, plus le niveau de liquide est élevé. »

Représentation de la situation

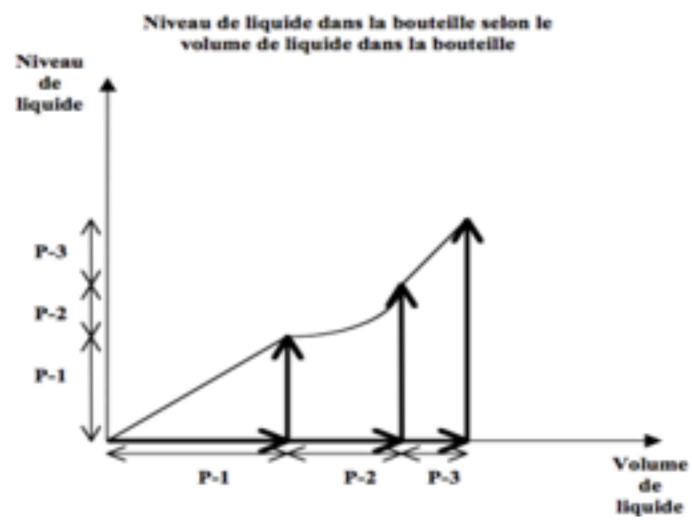
<table>
<tr><th>VERBAL</th><th>GRAPHIQUE</th></tr>
<tr><td>

Phase 1 : On remarque que cette portion de la bouteille est cylindrique. Le niveau est 0 lorsque le volume de liquide est également de 0. Par conséquent, si on ajoute un certain volume de liquide, le niveau va augmenter d'une certaine hauteur. Si on ajoute une seconde fois le même volume de liquide et qu'on demeure dans la même portion de la bouteille, le niveau va augmenter de la même hauteur. On peut faire une réflexion semblable pour différents volumes de liquide.

Phase 2 : Cette deuxième portion de la bouteille est de forme conique. Comme à la base, elle est une évasée, on sait que si on ajoute un certain volume de liquide, le niveau va augmenter d'une certaine hauteur. En raison de la forme conique, la bouteille se rétrécit et, par conséquent, si on ajoute une seconde fois le même volume de liquide, le niveau va augmenter d'une hauteur supérieure. La même situation va se reproduire tant et aussi longtemps que nous serons dans cette section et ce, peu importe le volume de liquide considéré.

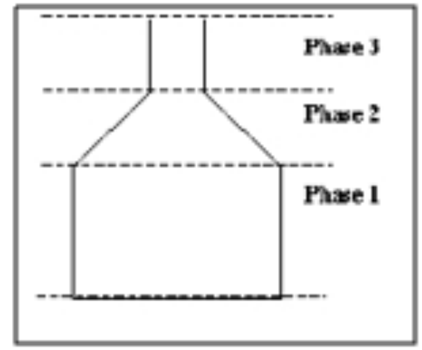
Phase 3 : Tout comme la première phase, nous nous retrouvons avec une portion cylindrique de la bouteille. On peut donc faire un raisonnement semblable. La principale différence entre la phase 1 et la phase 3, est que le goulot de la bouteille (phase 3) est plus étroit que la base de la bouteille et qu'ainsi un même volume de liquide ajouté va produire une augmentation de niveau supérieure.

</td><td>



</td></tr>
</table>

Scénario B

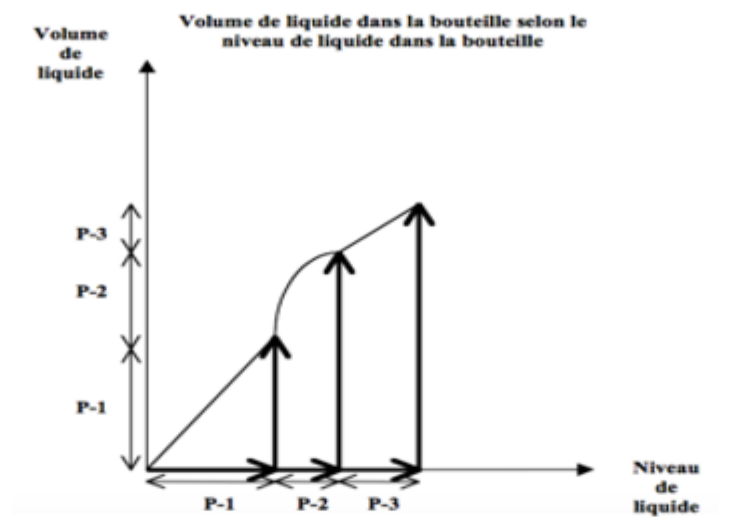


Grandeur prédominante : Niveau de liquide dans la bouteille
Grandeur conséquente : Volume de liquide dans la bouteille

Exemple de phrase d'élève décrivant ce lien entre les deux grandeurs :

« Plus le liquide est haut, plus il y en a. » Il est possible de redire cette phrase autrement afin d'habituer les élèves à utiliser un vocabulaire plus varié qui fait référence à la variation des grandeurs de façon plus explicite : « Plus le niveau de liquide dans la bouteille augmente, plus le volume de liquide est élevé »

Représentation de la situation

VERBAL	GRAPHIQUE
Phase 1 : On remarque que cette portion de la bouteille est cylindrique. Le volume est 0 lorsque le niveau de liquide est également de 0. Par conséquent, si on augmente le niveau du liquide, le volume de liquide va augmenter d'une certaine quantité. Si on augmente une seconde fois le niveau de liquide et qu'on demeure dans la même portion de la bouteille, le volume va augmenter de la même quantité. On peut faire une réflexion semblable pour différents écarts de niveau de liquide. **Phase 2 :** Cette deuxième portion de la bouteille est de forme conique. Comme à la base, elle est une évasée, on sait que si on augmente le niveau de liquide, le volume va augmenter d'une certaine quantité. En raison de la forme conique, la bouteille se rétrécit et, par conséquent, si on augmente une seconde fois le niveau de liquide d'une même hauteur, le volume va augmenter d'une quantité inférieure à la fois précédente. La même situation va se reproduire tant et aussi longtemps que nous serons dans cette section et ce, peu importe l'augmentation du niveau de liquide considéré. **Phase 3 :** Tout comme la première phase, nous nous retrouvons avec une portion cylindrique de la bouteille. On peut donc faire un raisonnement semblable. La principale différence entre la phase 1 et la phase 3, c'est que le goulot de la bouteille (phase 3) est plus étroit que la base de la bouteille et qu'ainsi une même augmentation du niveau de liquide va produire une augmentation de volume qui est inférieure.	

Prolongements possibles de cette situation

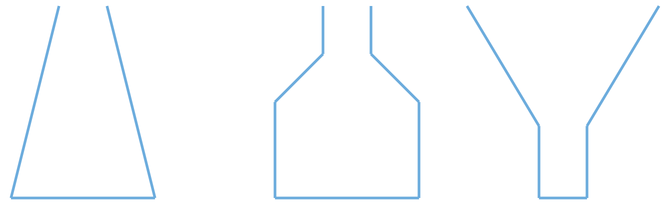
- Il est possible de considérer d'autres grandeurs dans l'exploitation de cette situation (diamètre de la bouteille, circonférence de la bouteille, surface occupée par le liquide à un certain niveau). Il peut être intéressant de regarder ces différentes grandeurs, cependant, le conflit objet-source/objet-cible risque d'être encore plus présent, c'est-à-dire qu'on risque de retrouver l'image de la bouteille (objet-source) dans notre représentation graphique (objet-cible).

- Construire une nouvelle bouteille en se servant des sections de cette bouteille et construire le graphique modélisant la nouvelle bouteille en se servant du graphique de la première.

- Représenter une bouteille à partir d'un graphique.

Exercice

a) Tracer, sur un même repère, les représentations sous mode graphique de la hauteur en fonction du volume correspondant au remplissage des trois bouteilles suivantes. Décrire le passage de la situation de remplissage au tracé du graphique des trois situations, sans oublier de justifier les positions relatives des courbes tracées.



Bouteille A Bouteille B Bouteille C

b) Tracer, sur un même repère, les représentations sous mode graphique du volume en fonction de la hauteur correspondant au remplissage des trois bouteilles suivantes. Décrire le passage de la situation de remplissage au tracé du graphique des trois situations, sans oublier de justifier les positions relatives des courbes tracées.

SITUATION 5 : LE BALLON QU'ON GONFLE

Énoncé du problème

Qui n'a jamais assisté à une fête où la décoration était composée de ballons en caoutchouc ? Que se passe-t-il réellement lorsqu'on souffle dans ces ballons pour les gonfler jusqu'au moment où le ballon éclate ?

Nous nous intéressons aux grandeurs suivantes : le volume d'air dans le ballon, le temps écoulé depuis le début du gonflage jusqu'à l'éclatement du ballon.

Comment ces grandeurs interagissent-elles ?

Avantages d'utiliser cette situation

- Nous avons ici une situation où le temps est la grandeur prédominante, mais les élèves devraient se questionner sur le déroulement du gonflage : ce ne sera pas une situation qui se modélise rapidement à main levée.
- Dans cette situation, il y a un certain nombre de phases très caractéristiques qui nous obligent à réfléchir sur la graduation des axes.
- Il y a présence de paliers dans la modélisation graphique, c'est-à-dire qu'il y a des intervalles où rien ne change.
- À un certain moment, le ballon en vient à éclater. Il y a donc des considérations intéressantes à faire concernant le graphique à ce moment précis.
- Les élèves peuvent avoir de multiples interprétations de la situation, ce qui occasionne des questionnements et des argumentations dans la classe. De telles discussions favorisent une appropriation de la situation par les élèves, mais il va falloir s'entendre sur une interprétation dans le but d'en faire la modélisation. Les élèves se rendent compte de la capacité de communication qu'offre le graphique, mais surtout de ses limites.
- Le titre attribué au graphique est très important puisqu'il doit rendre compte d'une situation très précise qui sera représentée par le graphique.

Tableau de traduction

De \ À	Expérience	Verbal	Schéma	Table de valeurs	Graphique	Formel
Expérience		X			X	
Verbal		X			X	
Schéma						
Table de valeurs						
Graphique						
Formel						

Exemple d'exploitation de cette situation dans une classe du premier cycle du secondaire

1. L'enseignant présente la situation brièvement, c'est-à-dire qu'il ne fait que lire l'énoncé du problème aux élèves. Il ne faut surtout pas, à ce stade-ci, donner des indices sur la façon de varier des différentes grandeurs présentes dans cette situation.

2. L'enseignant demande ensuite aux élèves de décrire leur perception de la situation. Les phrases prononcées serviront à mettre en évidence quelle est la grandeur prédominante, celle sur laquelle nous nous appuyons, et quelle est la grandeur conséquente, c'est-à-dire comment l'élève se positionne pour expliquer la façon dont réagit une grandeur lorsque nous faisons bouger l'autre… Ainsi, on peut s'attendre à deux types de phrases différentes prononcées par les élèves :

    A. « Plus le volume est gros, plus j'ai soufflé longtemps. » (Grandeur prédominante : volume)
    B. « Plus ça va, plus le volume est grand. » (Grandeur prédominante : temps écoulé)

    L'enseignant peut alors répéter la phrase en changeant la formulation afin d'habituer les élèves à utiliser un vocabulaire plus varié qui fait référence à la variation des grandeurs de façon plus explicite.

    A. « Plus le volume augmente, plus le temps écoulé depuis le début du gonflage est grand. »

    (Grandeur prédominante : volume)

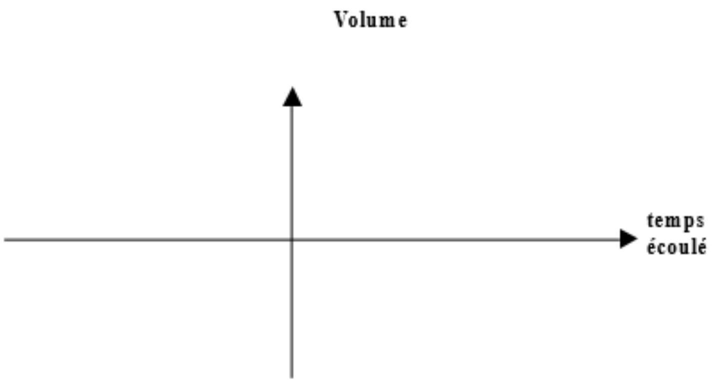
    B. « Plus ça fait longtemps que je souffle, plus le volume d'air dans le ballon est grand. »

    (Grandeur prédominante : temps écoulé)

*Dans la suite de cet exemple, nous allons supposer que c'est la phrase B ou une variante qui a été dite puisque c'est la situation qui est la plus susceptible de se produire dans une classe du premier cycle du secondaire (Ed. adultes : MAT-2101-3) . Les élèves voient effectivement beaucoup les choses de manière chronologique, ce qui met en évidence la difficulté de « chronique » sur laquelle Claude Janvier[4] a beaucoup travaillé.

[4] JANVIER, Claude, *Les graphiques cartésiens : des traductions aux chroniques* in Les sciences de l'éducation, numéro I-3, 1993, pages 17-37

3. Il est maintenant possible d’identifier nos axes sur notre représentation graphique : la grandeur prédominante est placée en abscisse, c’est-à-dire sur l’axe horizontal, et la grandeur conséquente est placée en ordonnée, l’axe vertical.



4. Maintenant que nous avons déterminé notre grandeur prédominante, les élèves doivent approfondir leur compréhension de la situation. Ils s’intéresseront alors aux réactions de l’autre grandeur, le volume, lorsqu’ils considèrent différentes valeurs de temps.

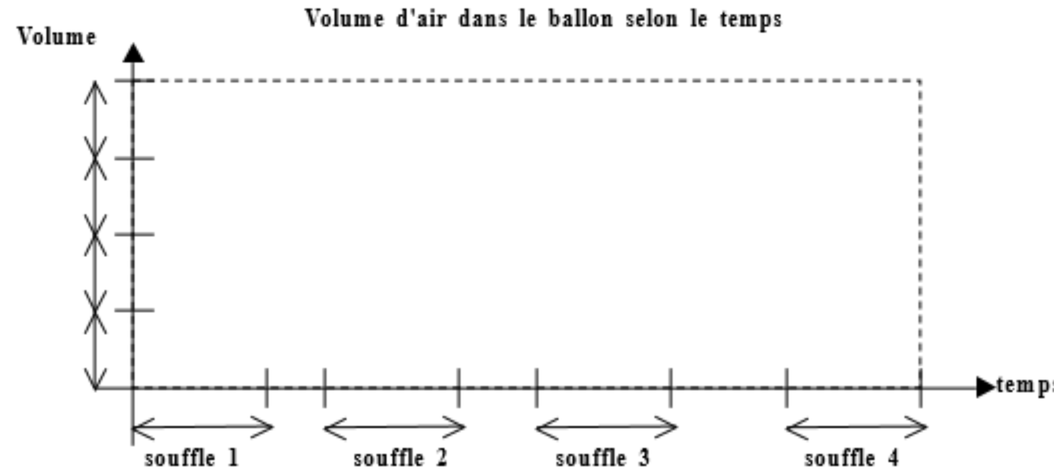
5. Il faut s’interroger sur les valeurs possibles que peuvent prendre les différentes variables. Il est particulièrement important d’établir durant combien de temps cette situation peut durer. Dans ce cas-ci, le temps va varier entre 0 et un certain temps où le ballon va éclater. Le volume, quant à lui, va varier entre 0 et le volume maximal que peut prendre le ballon avant d’éclater. (Nous venons donc, sans le mentionner explicitement, de définir le domaine et le codomaine de la situation qui nous permettront de définir le rectangle à l’intérieur duquel devra se faire la représentation en mode graphique.)

6. L’enseignant demande alors aux élèves de tracer le graphique qui représente leur interprétation de la situation et d’être attentifs à la graduation des axes. Pendant que les élèves travaillent, l’enseignant circule dans la classe afin d’identifier différents types de graphiques (droite passant par l’origine, courbe incurvée vers le haut, fonction en escalier, paliers …) faits par les élèves. Il distribue des acétates à certains élèves afin de les amener, un peu plus tard, à expliquer au reste de la classe comment ils ont tracé leur graphique.

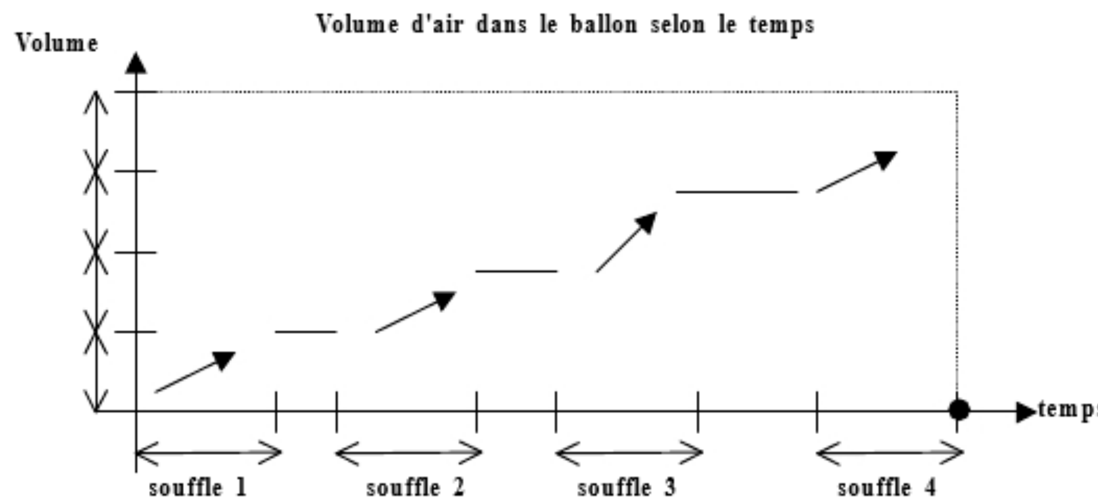
7. L’enseignant demande aux élèves présélectionnés de venir présenter, à tour de rôle, leur modélisation graphique à l’avant de la classe. Il faut surtout s’assurer qu’il y ait concordance entre la verbalisation de la situation qui est faite et le graphique tracé par l’élève.

8. Il risque d’y avoir beaucoup de contestations des différentes analyses de la situation mises de l’avant dans chacune des représentations graphiques. Il ne faut surtout pas chercher à clore le débat trop rapidement puisque ces discussions permettent aux élèves de voir la situation de différentes façons, ce qui fait que le titre du graphique va avoir énormément d’importance puisqu’il va servir à signifier quelle analyse de la situation est privilégiée. Cependant, comme notre but n’est pas de faire une étude complète de la situation, l’enseignant devra trancher et déterminer l’interprétation qui sera privilégiée pour en faire la traduction sous mode graphique.

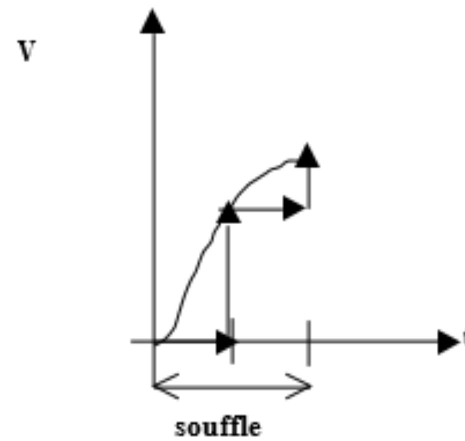
9. Exemple d'interprétation : Il y a deux phases qui vont se répéter un certain nombre de fois de façon identique (ou peut-être pas). Dans la première, on souffle de l'air dans le ballon, ce qui fait augmenter le volume. Dans la deuxième, on pince le ballon et on reprend notre souffle. Les élèves peuvent donc visualiser que durant cette phase, le volume « ne bouge pas ». Nous leur apprendrons à dire que le volume « demeure constant ». Cette phrase peut donc être plus ou moins longue. Supposons donc que nous soufflons quatre fois dans le ballon avant que celui-ci atteigne son volume maximal et éclate. Représentons ces phrases sur l'axe des abscisses de même que les accroissements de volume sur l'axe des ordonnées.



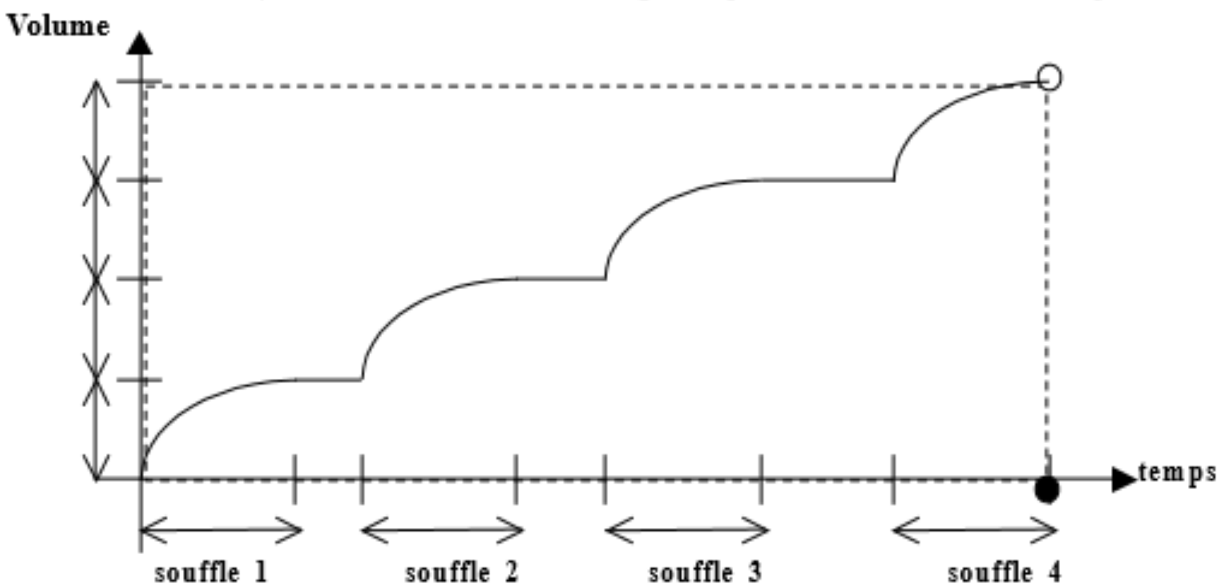
10. Nous savons qu'à chaque souffle, le volume croît et qu'entre deux souffles, le volume reste contant. Après le quatrième souffle, comme le ballon éclate, le volume redevient nul. Une question se pose ici : doit-on faire un trait vertical qui relie les deux points? Les flèches obliques qui se retrouvent dans la représentation graphique ci-contre ne servent pas à situer des points, mais plutôt à indiquer la variation des grandeurs sur un certain intervalle. Nous savons que nous nous déplaçons « de gauche à droite vers le haut. », mais nous ne savons pas précisément de quelle façon.



11. Finalement, nous allons nous intéresser à la façon dont varie plus précisément le volume dans les phrases de « souffle ». Si le temps où la personne souffle est partagé en deux intervalles de même grandeur, nous pouvons constater que dans la première partie, nous avons de souffle alors le volume augmente d'une certaine quantité. Dans la seconde partie, nous avons moins de souffle et le ballon offre plus de résistance. Pour ces raisons, le volume augmente moins. Pour modéliser graphiquement cela, nous allons partager l'intervalle de temps sur l'axe des abscisses en deux parties égales. Nous pouvons donc observer une courbe incurvée vers le bas pour l'intervalle de temps correspondant au souffle.



Volume d'air dans le ballon gonflé par Andréanne selon le temps



Prolongements possibles de cette situation

- En devoir, demander aux élèves de souffler un ballon et de faire le graphique correspondant. Comme le graphique rend compte d'une façon précise selon laquelle la situation se déroule, le titre du graphique est fort important pour l'interprétation qui en sera faite éventuellement.
- Dans plusieurs magasins à petits prix, il se vend des pompes pour gonfler les ballons de même que des sacs qui contiennent une vingtaine de ballons pour le même prix. Il est donc possible de comparer de façon qualitative la variation du volume selon la technique de gonflage utilisée.
- Avec un peu plus de budget, il est aussi possible d'observer ce qui se produit lorsqu'on gonfle un ballon à partir d'un gaz comprimé (hélium par exemple).
- Calculer le nombre de souffles utilisés par différents élèves pour rendre un ballon à son volume maximal et réfléchir sur les différences qu'il y aurait entre les différents graphiques représentant chacun des cas.

NOTES PERSONNELLES

SITUATION 6 : LA COURSE EN TAXI

Énoncé du problème

On prend le taxi pour se rendre au Jardin Botanique de Montréal (la distance totale est de 5 km). On dispose que de 5,00 $.

Nous nous intéressons aux grandeurs suivantes : le coût de notre course en taxi et la distance parcourue. Comment ces grandeurs interagissent-elles ?

Avantages d'utiliser cette situation

- Dans cette situation, le temps est omniprésent, mais il ne constitue pas une variable explicite dans la situation.
- C'est une situation où la représentation est en « escalier », donc la courbe ne se fait pas d'un seul trait, il faut réfléchir à la situation pour bien la représenter graphiquement. De plus, on introduit une nouvelle convention pour signifier qu'un point appartient à la situation (point plein) ou n'appartient pas à la situation (point vide).
- Cette situation laisse place à beaucoup de discussion sur la façon de varier et elle est intéressante en ce sens. En effet, le taxi n'est pas un moyen de transport très connu des élèves et, par conséquent, il faudra s'entendre sur le fonctionnement d'un taxi afin de mettre en évidence le fait que le coût augmente par bonds de 5¢ et qu'il y a un tarif de base au départ.
- Contrairement à la majorité des autres situations, on ne peut pas vraiment utiliser les marches-états pour construire la modélisation graphique puisqu'il n'y a pas de points repères à proprement parler sauf peut-être l'ordonnée à l'origine. Il faudra donc illustrer la course en taxi par des marches d'accroissement et ne pas hésiter à laisser des traces de notre explication dans le graphique.
- Comme il y a plusieurs courses en taxi qui sont possibles, le titre du graphique devra mettre clairement en évidence de quelle course il s'agit puisque comme le graphique est en lien avec la description verbale qui a été faite pour un cas en particulier.

Tableau de traduction

De \ À	Expérience	Verbal	Schéma	Table de valeurs	Graphique	Formel
Expérience		X				
Verbal		X			X	
Schéma						
Table de valeurs						
Graphique		X			X	
Formel						

<u>Exemple d’exploitation de cette situation dans une classe du premier cycle du secondaire</u>

Devoir préalable : Demander aux élèves de s’informer sur la façon dont fonctionne le compteur d’un taxi.

1. L’enseignant présente la situation très brièvement, c’est-à-dire qu’il ne fait que lire l’énoncé du problème aux élèves. Il ne faut surtout pas, à ce stade-ci, donner des indices sur la façon de varier des différentes grandeurs présentes dans cette situation.

2. L’enseignant demande ensuite aux élèves de décrire leur perception de la situation. Les phrases prononcées serviront à mettre en évidence quelle est la grandeur prédominante et quelle est la grandeur conséquente, donc la façon dont l’élève analyse la situation. Ainsi, on peut s’attendre à deux types de phrases différentes prononcées par les élèves :

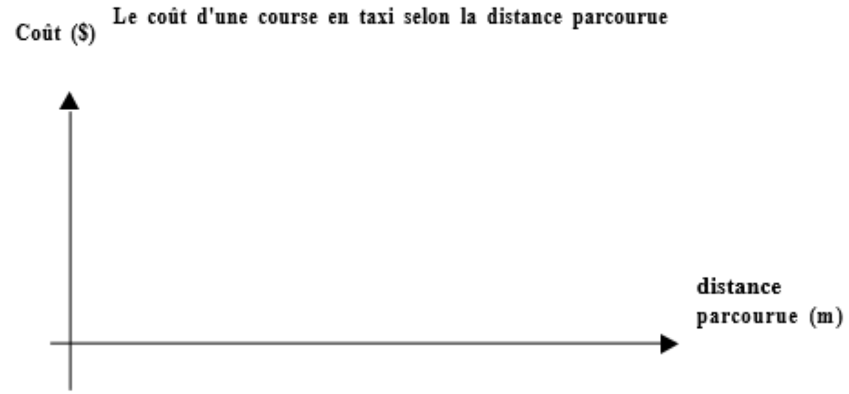
    A. « Plus je vais loin, plus ça coûte cher. » (Grandeur prédominante : distance parcourue)
    B. « Plus ça coûte cher, plus je suis loin. » (Grandeur prédominante : coût)

    L’enseignant peut alors répéter la phrase en changeant la formulation afin d’habituer les élèves à utiliser un vocabulaire plus varié qui fait référence à la variation des grandeurs de façon plus explicite.

    A. « Plus la distance parcourue augmente, plus le coût de la course en taxi est élevé. »
    (Grandeur prédominante : distance parcourue)
    B. « Plus le coût de la course en taxi augmente, plus la distance parcourue depuis le départ est élevée »
    (Grandeur prédominante : coût)

*Dans la suite de cet exemple, l’expérience va nous convaincre de privilégier la phrase A ou une variante.

3. Maintenant que nous avons choisi notre grandeur prédominante, il est possible d'identifier nos axes sur notre représentation graphique : la grandeur prédominante est placée en abscisse et la grandeur conséquente est placée en ordonnée.



4. Maintenant, il faut s'interroger sur les valeurs possibles que peuvent prendre les différentes variables. Dans ce cas-ci, la distance parcourue va varier entre 0 et la distance totale du trajet, c'est-à-dire 5 km. Le coût, quant à lui, va varier entre le tarif minimal lorsqu'on entre dans le taxi et le coût total de notre course en taxi qui ne peut pas dépasser 5,00 $. Cependant toutes les valeurs du coût ne sont pas possibles puisque le compteur d'un taxi varie selon des augmentations de 0,05 $. (Nous venons donc, sans le mentionner explicitement de définir le domaine et le codomaine de la situation.) Nous pouvons donc graduer notre axe des abscisses aux 200 mètres (puisque la course en taxi qui nous intéresse n'est que de quelques kilomètres. Notre axe des ordonnées, pour sa part, sera gradué aux 0,05 $. On peut également faire remarquer que pour n'importe quelle valeur de la distance, il peut y avoir plus d'un coût associé (si le taxi est immobilisé à une intersection par exemple). (On introduit donc implicitement la différence entre la relation et fonction qui sera abordée en quatrième secondaire (Ed. adultes : MAT-4151-1, MAT-4161-2, MAT-4171-2).

5. L'enseignant demande aux élèves de faire une modélisation graphique de la situation. Pendant que les élèves travaillent, l'enseignant circule dans la classe afin d'identifier différents types de graphiques et il distribue des acétates à certains élèves afin qu'ils reproduisent leur graphique.

6. L'enseignant demande aux étudiants présélectionnés de venir présenter leur modélisation graphique à l'avant de la classe. L'enseignant demande ensuite aux élèves qui présentent leur graphique (ou à d'autres qui ont fait le même graphique) d'expliquer leur interprétation de la situation et de justifier l'allure de la courbe sur le graphique. Dans chaque verbalisation, s'assurer de la cohérence entre ce qui est dit et ce qui est vu sur le graphique.

7. Il risque d'y avoir beaucoup de contestations des différentes analyses de la situation mises de l'avant dans chacune des représentations graphiques. Il ne faut surtout pas chercher à clore le débat trop rapidement puisque ces discussions permettent aux élèves de voir la situation de différentes façons. Cependant, comme notre but n'est pas de faire une étude complète de la situation, l'enseignant devra trancher et déterminer l'interprétation qui sera privilégiée pour en faire la traduction sous mode graphique. Nous allons d'abord chercher à expliquer de quelle façon le coût varie dans un taxi. À quoi le compteur du taxi est-il réellement relié ? Est-ce que le coût augmente pour un intervalle régulier de temps, de distance, de consommation d'essence ou d'autre chose ?

8. Nous fixons d'abord le prix de base lorsque nous entrons dans le taxi. Il s'agit de notre ordonnée à l'origine. Nous représentons ensuite un segment horizontal pour toute les distances où le coût est demeuré fixe. Rendu à une certaine distance, le coût augmente brusquement de 5¢. Vis-à-vis cette distance, il y aura donc un point vide sur le graphique associé au coût précédent et un point plein associé au nouveau coût. De même façon, nous poursuivons la représentation graphique de notre situation. Lorsque la voiture est immobile, il se peut que le coût augmente plus d'une fois ; nous représentons alors chacune des hausses par une série de points pleins distincts alignés à la verticale sur le graphique puisque la distance parcourue demeure la même. Chaque course en taxi est unique et a sa propre modélisation graphique. Maintenant que nous avons décrit brièvement la façon de tracer le graphique représentant une telle situation, examinons une course en taxi bien précise.

La course en taxi de Clémentine

Lorsque Clémentine embarque dans le taxi, à l'intersection du boulevard Saint-Laurent et de la rue Ste-Catherine, le chauffeur met le compteur à 3,50 $.

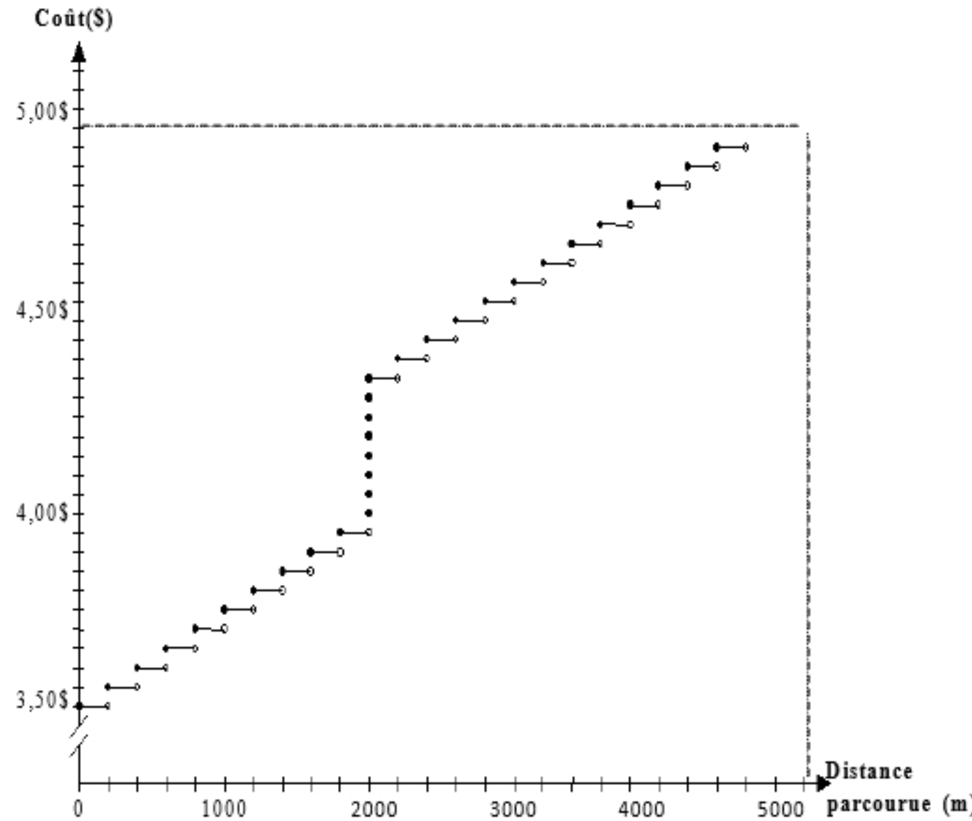
Après deux kilomètres, le taxi arrive au coin de Papineau et, comme le feu de circulation est rouge, reste immobile durant deux minutes (le coût continue d'augmenter).

Lorsque le feu tourne au vert, le chauffeur tourne à gauche sur Papineau et continue en ligne droite jusqu'à Sherbrooke (1,6 km). Par chance, tous les autres feux de circulation qu'il franchit sont verts.

Il tourne à droite sur Sherbrooke en direction du Jardin Botanique. Il a alors un peu moins de chance puisqu'il doit s'arrêter aux intersections des boulevards Saint-Michel et Pie-IX (1 km).

À l'intersection de Pie-IX, le passager décide de payer la note et de poursuivre à pieds.

Le coût de la course en taxi de Clémentine selon la distance qu'elle a parcourue



Prolongements possibles de cette situation

- Se servir de cette situation pour distinguer relation et fonction en quatrième secondaire (Ed. adultes : MAT-4151-1, MAT-4161-2, MAT-4171-2).
- Modifier certaines grandeurs dans la description de la course en taxi et observer l'effet sur le graphique. Par exemple, il est possible de modifier : la valeur des bonds pour le coût (10 ¢ plutôt que 5 ¢), le coût initial, le coût maximal avant que le passager débarque et poursuive sa route à pieds, la distance qu'on peut parcourir avant que le coût n'augmente…
- Demander à chaque élève d'inventer le déroulement de sa propre course en taxi et de le décrire pour qu'un de ses pairs puisse représenter graphiquement la course décrite.
- Pourquoi ne pas faire une entrevue avec un chauffeur de taxi afin de le questionner sur ce qu'il vit lorsqu'il conduit, lorsqu'il est coincé dans un bouchon de circulation, etc.
- Demander aux élèves de trouver d'autres situations de la vie courante où la variation est en escalier comme celle de la course en taxi (ex : parcomètre).
- Si on fait le graphique du coût selon la distance et un second graphique de la distance selon le temps, il est possible de travailler la composée de fonctions (même si nous n'avons pas véritablement des fonctions dans chaque cas) tout en regardant avec les élèves l'effet temps qui les perturbe.

NOTES PERSONNELLES

SITUATION 7 : LE TRAIT SUR LE MUR

Énoncé du problème

Il y a une ligne sur le mur. Un observateur l'observe en regardant dans un tuyau en carton.

Nous nous intéressons aux grandeurs suivantes : la longueur du tuyau, la longueur du segment perçu en regardant dans le tuyau. Comment ces grandeurs interagissent-elles ?

Avantages d'utiliser cette situation

- Comme ce n'est pas une situation de la vie courante, le recours à l'expérience est primordial pour permettre aux élèves de s'approprier la situation.
- Par la réalisation de l'expérience, il est possible d'observer la façon dont les élèves vont contrôler la grandeur prédominante. Bien qu'il soit possible de contrôler aisément la longueur du tuyau en la faisant varier de façon constante, il a plutôt été observé que plusiuers élèves font varier la longueur du tuyau en y allant de moitié en moitié de la longueur.
- Présence de plusieurs grandeurs dans la situation, donc sensibilisation à la notion de paramètre qui est travaillée en quatrième secondaire. (Ed. adultes : MAT-4151-1, MAT-4161-2, MAT-4171-2).
- Cette situation constitue un premier contact avec la proportionnalité inverse (On lit et on entend également : « les grandeurs varient en sens contraire. »). (Ed. adultes : MAT-3151-2)
- La modélisation formelle est accessible aux élèves de deuxième secondaire puisqu'ils ont étudié l'homothétie et sont donc en mesure d'établir les rapports de mesures des côtés homologues.

Tableau de traduction

De \ À	Expérience	Verbal	Schéma	Table de valeurs	Graphique	Formel
Expérience	X		X	X		
Verbal	X	X	X	X	X	
Schéma			X			X
Table de valeurs				X	X	
Graphique		X				
Formel						X

Exemple d’exploitation de cette situation dans une classe du premier cycle du secondaire (Ed. adultes : MAT-3151-2)

1. L’enseignant présente le problème à ses élèves.

2. Demander aux élèves d’identifier les grandeurs qui sont présentes dans cette situation. Il est primordial que ce soit les élèves eux-mêmes qui énumèrent les grandeurs présentes. Nous pouvons nous attendre à des grandeurs diverses dont : la longueur du tuyau, le diamètre (ou le rayon) du tuyau et le mur …

3. L’enseignant demande ensuite aux élèves de décrire leur perception de la situation en une phrase qui va servir à mettre en évidence quelle est la grandeur prédominante et quelle est la grandeur conséquente. Ainsi, on peut s’attendre à deux types de phrases différentes :

   A. « Plus le tuyau est long, plus le segment que je vois est court. » (Grandeur prédominante : longueur du tuyau)
   B. « Plus la ligne est longue, plus le tuyau est court. » (Grandeur prédominante : longueur du trait sur le mur)

   L’enseignant peut alors répéter la phrase en changeant la formulation afin d’habituer les élèves à utiliser un vocabulaire plus varié qui fait référence à la variation des grandeurs de façon plus explicite.

   A. « Plus la longueur du tuyau diminue, plus la longueur du trait sur le mur que je vois est grande. »
   (Grandeur prédominante : longueur du tuyau)
   B. « Plus la longueur du trait sur le mur que je vois augmente, plus la longueur du tuyau que je dois utiliser est petite »
   (Grandeur prédominante : longueur du trait sur le mur)

*Nous verrons bientôt pourquoi la phrase A est celle qui a le plus de sens dans le contexte de cette situation. Nous avons donc fait une traduction verbal-verbal puisque l’élève décrit verbalement son analyse d’une situation qui a été présentée verbalement au départ.

4. À ce stade-ci, il devient important de s’interroger sur les variables choisies afin de déterminer quelles valeurs nous risquons d’observer vraisemblablement dans cette situation. (Nous nous questionnons donc sur le domaine et le codomaine de la situation sans le mentionner explicitement.) Pour ce qui est de la longueur du tuyau, elle sera définie dans les réels positifs, c’est-à-dire de 0 à une certaine longueur maximale correspondant au tuyau utilisé. La longueur du trait que nous percevons sur le mur, quant à elle, va varier entre le diamètre de notre tuyau (c’est la plus petite longueur de trait possible si on considère que l’extrémité du tuyau touche au mur) et une longueur infinie (s’il n’y a pas de tuyau, notre œil a un champ de vision de 180º et on voit toute cette ligne verticale). Comme nous avons une dimension infinie, nous ne pourrons pas délimiter notre graphique par un cadre rectangulaire comme c’était le cas dans les autres situations.

5. Demander aux élèves de faire une première ébauche du graphique qui représenterait cette situation en lien avec leur hypothèse (étape 3).

6. Par questionnement, l’enseignant peut faire ressortir un certain nombre d’hypothèses émises par les élèves et mettre en évidence la nécessité de vérifier ces hypothèses afin de bien voir laquelle ou lesquelles correspondent à la réalité.

7. Pour vérifier les différentes hypothèses, nous allons maintenant réaliser l’expérience (cela pourrait également être fait en devoir). Le matériel dont nous avons besoin pour cette expérience est minime : un tuyau en carton (tuyau de papier d’emballage, tuyau pour conserver des affiches, rouleau essui-tout…), un trait sur le mur (ruban-cache) et un mètre ou un ruban à mesurer (il est à noter que nous pourrions également réaliser cette expérience sans jamais relever des données numériques). Dans le but de respecter les principes en didactique des sciences, il est important que le protocole expérimental soit défini par les élèves eux-mêmes. Il est primordial de faire réaliser aux élèves que leur démarche expérimentale met en évidence qu’elle est la grandeur prédominante dans leur façon d’aborder la situation puisqu’il s’agit de la grandeur qu’ils contrôlent. Dans le cas, qui nous intéresse présentement, c’est la longueur du tuyau que les élèves font varier, il s’agit donc de la grandeur prédominante. La longueur du trait perçue sur le mur est donc la grandeur conséquente. Il serait beaucoup plus difficile, voire même impossible, de sélectionner une longueur de trait sur le mur pour ensuite ajuster la longueur de son tuyau en conséquence. (C’est pour cette raison que la phrase A doit être privilégiée à l’étape 3.)

8. Il serait possible de passer immédiatement à la représentation sous mode graphique en utilisant un report de segments directement de l’expérience, mais il est possible que les élèves aient préféré faire tout d’abord un relevé des résultats obtenus en cours d’expérience.

   Les valeurs notées au cours de l’expérience constituent une liste de valeurs. Pour représenter dans un tableau de valeurs, il faudra s’assurer que toutes les conventions relatives à cet outil de représentation soient respectées : grandeur prédominante avant la grandeur conséquente, valeurs de la grandeur prédominante placées en ordre croissant …

* Un exemple de tableau de valeurs se retrouve à la page suivante tiré d'une expérience où l'observateur était situé à 210 cm du mur et utilisait un tuyau en carton servant à conserver les affiches dont le diamètre était de 5 cm. Ces valeurs constituent donc des paramètres de l'expérience.

** Si nous réfléchissons un peu sur la démarche expérimentale utilisée (traduction expérience-expérience), nous remarquons que l'expérimentateur a contrôlé la longueur du tuyau selon des variations de grandeur de 5 cm. Nous pouvons le remarquer dans le tableau de valeurs de la page suivante. Il peut être intéressant d'observer la façon dont les élèves ont contrôlé la variation de la longueur du tuyau. Dans certains cas, il se peut que les valeurs doublent (l'élève aura coupé chaque tuyau en deux parties égales) ou bien, il est possible que les élèves ne se soient pas donné de règle précise pour modifier la longueur afin de pouvoir mieux contrôler une régularité dans la variation de la longueur du trait perçu sur le mur.

*** Le fait de contrôler la variation de la longueur du tuyau nous permet ici de nous concentrer sur l'observation de la variation de la longueur du trait afin de rechercher une certaine régularité.

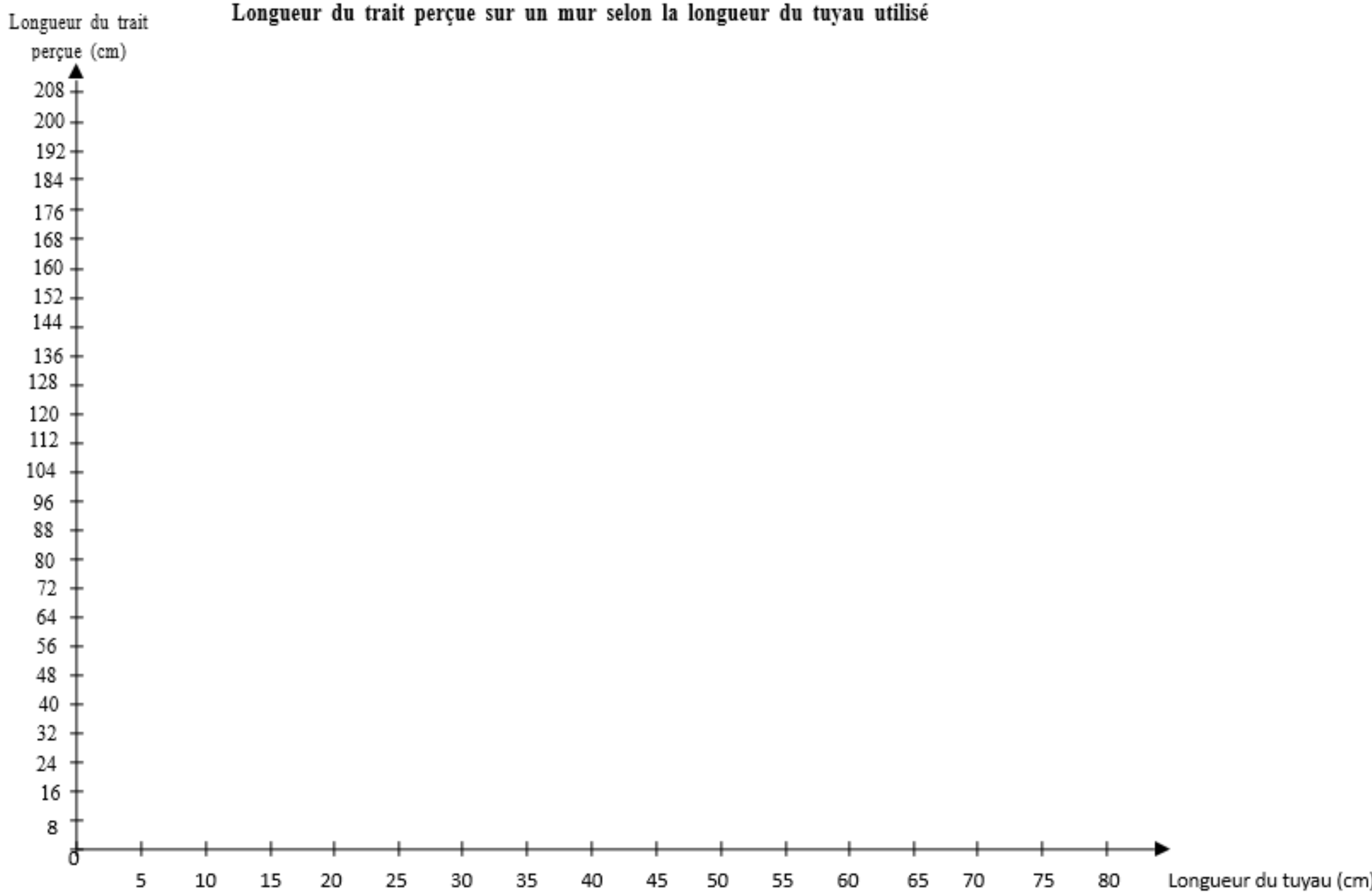
Longueur du trait perçu sur le mur selon la longueur du tuyau utilisé

Traduction tableau-tableau : nous représentons les accroissements qui ne sont pas perceptibles à prime abord lorsque nous regardons le tableau

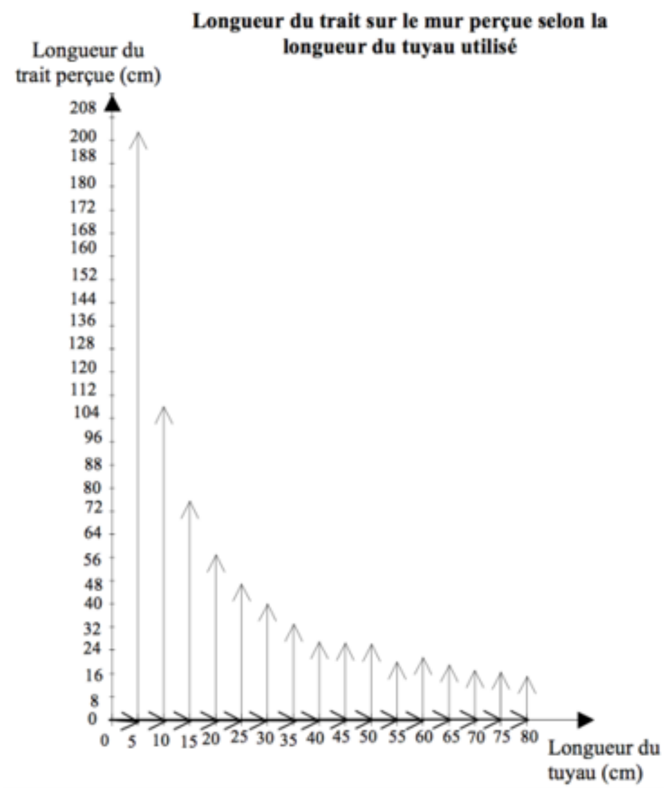
	Longueur du tuyau (cm)	Longueur du trait (cm)
	5	203
+5	10	108
+5	15	75,5
+5	20	57
+5	25	47
+5	30	40
+5	35	33
+5	40	27
+5	45	26,5
+5	50	26
+5	55	20
+5	60	21,5
+5	65	19
+5	70	17
+5	75	16,5
+5	80	15

9. Nous disposons ici d'un tableau de valeurs, nous allons l'utiliser pour passer à la représentation sous mode graphique de notre situation. Comme nous nous sommes entendus pour dire que c'est la longueur du tuyau qui est notre grandeur prédominante, nous allons la mettre en abscisse tandis que la longueur du trait perçue prendra place sur l'axe des ordonnées. Une réflexion sur les graduations de nos axes s'impose ensuite. Pour la longueur du tuyau, chaque graduation représentera 5 cm puisque c'est la façon dont nous avons fait varier cette grandeur lors de la réalisation de notre expérience. Les graduations pour la longueur du trait demandent un peu plus de réflexion puisque nos données ne varient pas de façon constante et qu'elles sont très étendues (15 cm à 203 cm). Elles demandent aussi une précision de l'ordre des dixièmes ou plutôt d'un demi-unité, soit 0,5 cm. Si on suppose que nous n'avons pas de règle pour tracer notre graphique, il faut trouver des graduations qui se partagent bien à l'œil (division par 2 ou 3). Une des possibilités qui s'offre à nous est de faire des graduations qui représentent 8 cm (nous pourrons ainsi obtenir des graduations secondaires de 4 cm, 2 cm, 1 cm, 0,5 cm).

Longueur du trait perçue sur un mur selon la longueur du tuyau utilisé



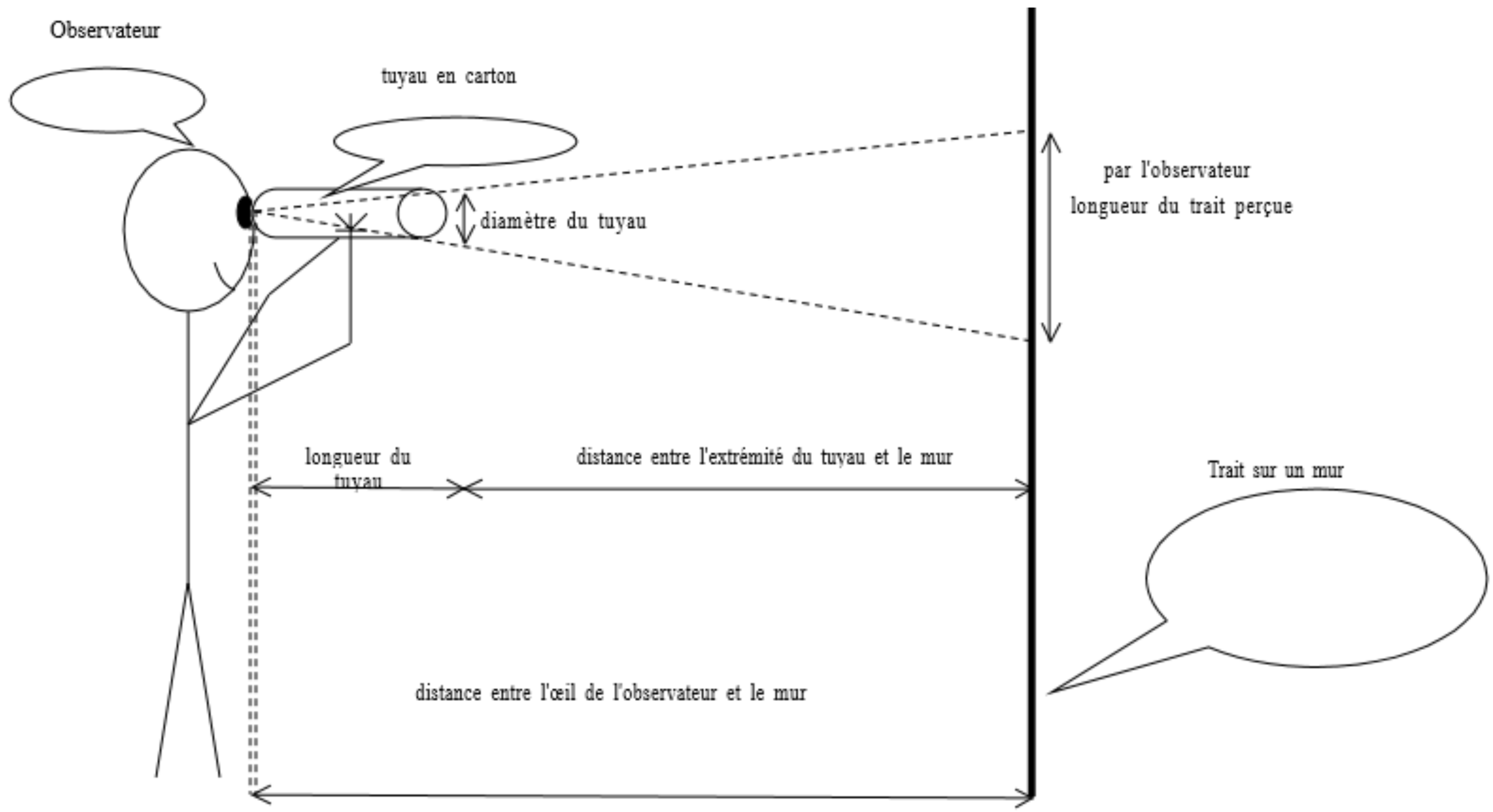
10. Nous allons maintenant placer un certain nombre de points dans notre graphique en se servant des marches-états. Ainsi, pour chaque couple de valeurs porté dans le tableau de valeurs de la page précédente, nous allons tout d'abord nous déplacer horizontalement sur l'axe des abscisses d'une valeur correspondant à notre première coordonnée pour ensuite nous déplacer verticalement sur l'axe des ordonnées d'une valeur correspondante à notre deuxième coordonnée. Par exemple, si nous voulons placer un premier point, nous savons que la longueur mesurée du tuyau est de 5 cm et que la longueur mesurée du trait est de 203 cm. Donc, nous partons de l'origine de notre plan cartésien et nous nous déplaçons, sur l'axe des abscisses, d'un segment orienté de cinq unités vers la droite (jusqu'à la première graduation) et nous nous déplaçons ensuite verticalement d'un second segment orienté de 203 unités vers le haut. Nous pourrons donc subdiviser notre graduation en 8 graduations secondaires pour déterminer précisément la position de la valeur 203 cm. Nous procéderons de manière similaire pour localiser nos autres points.



11. Les élèves pourraient être tentés de relier immédiatement les points que nous avons positionnés par des segments orientés. Il ne faut pas les laisser faire. On ne relie jamais des points sans avoir fait une réflexion au préalable. Nous pouvons dire que la longueur du tuyau (notre domaine) est une grandeur qui est continue puisque pour n'importe quelle valeur située entre deux valeurs utilisées dans l'expérience, il serait possible d'avoir un tuyau de cette longueur pour observer notre trait. De façon générale, on remarque que plus la longueur du tuyau augmente, plus la longueur du trait perçue diminue. Nous pouvons sans l'ombre d'un doute affirmer qu'il en est de même entre chacun de nos points. Il serait donc possible de tracer une courbe qui représenterait notre situation de façon générale en passant par nos points (il est possible de le faire à main levée).

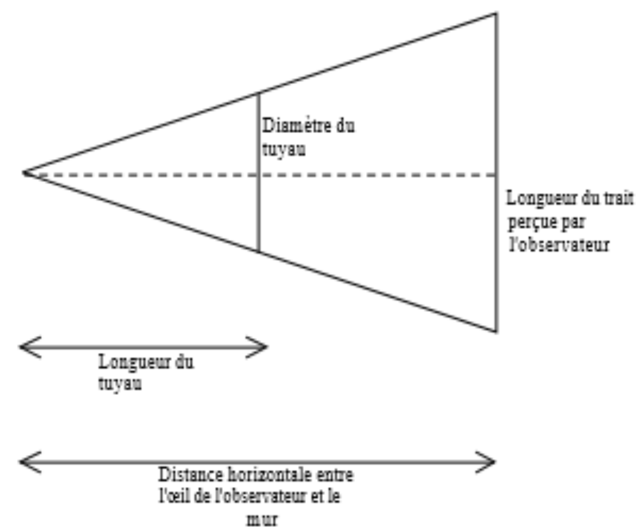
*Il est à noter cependant que certaines erreurs expérimentales semblent s'être glissées dans notre expérience puisque les points que nous avons placés pour des longueurs de tuyau variant entre 50 et 65 cm ne semblent pas vraiment suivre l'allure générale suggérée par les autres points. Il serait donc possible de tracer la courbe en négligeant ces derniers. Le fait que nos mesures ne soient pas précises nous oblige donc à tracer une courbe qui n'est qu'approximative.

12. Examinons maintenant la situation de plus près afin de voir s'il est possible de la modéliser formellement en représentant tout d'abord cette situation de façon schématique. Il est à noter cependant que les élèves doutent que cette représentation soit représentative de l'expérience réelle.



Les lignes pointillées représentent le champ de vision de notre observateur lorsqu'il regarde par le tuyau : il faut remarquer que les deux lignes se touchent en un même point dans l'œil de l'observateur et qu'elles frôlent les extrémités de l'ouverture de notre tuyau en carton.

Nous allons maintenant faire une traduction schéma-schéma puisque nous allons schématiser de façon plus précise les triangles que nous pouvons observer dans le schéma précédent.



Si nous observons le schéma plus attentivement, il est possible de remarquer que nous avons deux triangles semblables comme c'était le cas dans la situation sur les ombres et que nous avons donc une situation d'homothétie encore une fois. Il nous est donc possible d'établir l'égalité des rapports des mesures des segments homologues de ces deux triangles. Ainsi, nous avons donc :

$$\frac{\textbf{\textit{Base du grand triangle}}}{\textbf{\textit{Base du petit triangle}}} = \frac{\textbf{\textit{Hauteur du grand triangle}}}{\textbf{\textit{Hauteur du petit triangle}}}$$

$$\frac{\textbf{\textit{Longueur du trait}}}{\textbf{\textit{Diamètre du tuyau}}} = \frac{\textbf{\textit{Distance de l'observateur au mur}}}{\textbf{\textit{Longueur du tuyau}}}$$

Nous allons maintenant faire une manipulation algébrique (traduction formel-formel) afin d'isoler notre grandeur conséquente (longueur du trait perçue) :

$$\textbf{\textit{Longueur du trait}} = \frac{\textbf{\textit{Distance de l'observateur au mur}}}{\textbf{\textit{Longueur du tuyau}}} \times \textbf{\textit{Diamètre du tuyau}}$$

Si on remplace nos grandeurs fixées par les valeurs utilisées pour l'expérience, nous avons donc :

$$\textbf{\textit{Longueur du trait}} = \frac{\textbf{210 \textit{cm}}}{\textbf{\textit{Longueur du tuyau}}} \times \textbf{5 \textit{cm}}$$

Prolongements possibles de cette situation

- Il est possible de retravailler cette situation de façon plus approfondie en troisième secondaire (Ed. adultes : MAT-3051-2) et en cinquième secondaire (Ed. adultes : MAT-5161-2, MAT-5171-2) lorsque nous traitons des situations inversement proportionnelles.

- Il est possible d'observer l'impact des différents paramètres en faisant varier les autres grandeurs, à savoir le diamètre du tuyau et la distance séparant l'observateur du mur. Doit-on tout recommencer pour avoir de nouvelles mesures ou peut-on trouver une manière efficace de titrer partie de ce que l'on a déjà comme tableau et graphique?

- Pour bien comprendre la représentation schématique qui est faite de la situation, il peut être intéressant d'étudier brièvement la vision afin de mettre en évidence le fait qu'il faut vraiment que ce soit la pointe d'un cône de lumière qui arrive à l'œil pour qu'on voit tout ce qui se trouve délimité par cet espace. Faire le lien avec l'homothétie dans l'espace (Ed. adultes : MAT-2102-3). Une activité possible avec des ficelles pour ainsi mieux visualiser les deux figures semblables peut aussi être réalisée.

- Il est aussi possible de modifier cette situation en partant de la problématique des tests d'optométrie. Lors des tests de la vue, la grandeur des lettres varie pour ainsi simuler une augmentation de la distance séparant l'observateur et un objet. On peut donc proposer la même expérience, mais cette fois, en s'intéressant à la distance maximale où l'on peut percevoir un trait sur le mur dont on fera varier la hauteur. On peut aussi s'intéresser à comparer les résultats de différents élèves afin de vérifier si le fait que certains élèves soient myopes influence les résultats recueillis.

NOTES PERSONNELLES

SITUATION 8 : LE CERCLE

Énoncé du problème

Le cercle est une des premières figures géométriques que les enfants sont capables d'identifier. Il y a de nombreuses propriétés qui en font une figure simple et complexe à la fois. Essayons de percer quelques-uns des mystères qui entourent cette forme.

Nous nous intéressons aux grandeurs suivantes : le rayon de cercle, l'angle au centre d'un cercle servant à déterminer un arc, la longueur de l'arc de cercle. Comment ces grandeurs interagissent-elles ?

Avantages d'utiliser cette situation

- Comme le cercle est une des notions de géométrie abordée au premier cycle du secondaire (Ed. adultes : MAT-2102-3), il peut être intéressant de combiner les objectifs relatifs au cercle à ceux concernant la modélisation.

- Il s'agit de la seule situation où nous considérons trois grandeurs différentes. Les élèves savent maintenant comment analyser une situation si l'on tient compte de deux grandeurs. Quoi faire avec trois grandeurs ? Il suffit d'en fixer une et d'observer ensuite comment les deux autres varient. (On sensibilise ici les élèves à la notion de paramètres qui sera travaillée en quatrième secondaire (Ed. adultes : MAT-4151-1, MAT-4161-2, MAT-4171-2)). Dans ce cas-ci, nous aurons donc trois cas à considérer :

  1) Angle au centre fixé → rayon vs longueur d'arc
  2) Rayon fixé → angle au centre vs longueur d'arc
  3) Longueur d'arc fixé → rayon vs angle au centre

- La modélisation graphique peut créer certains conflits chez les élèves puisque l'angle au centre et la longueur d'arc ne sont pas vraiment des grandeurs linéaires et que nous ne pouvons que difficilement les transposer par report de segments.

Tableau de traduction

De \ À	Expérience	Verbal	Schéma	Table de valeurs	Graphique	Formel
Expérience						
Verbal		X	X			
Schéma			X	X	X	
Table de valeurs				X	X	
Graphique					X	
Formel				X		

Exemple d’exploitation de cette situation dans une classe du premier cycle (Ed. adultes : MAT-2101-3, MAT-2102-3)

1. L’enseignant présente le problème à ses élèves.

2. Demander aux élèves d’identifier les grandeurs qui sont présentes dans cette situation. Il est primordial que ce soit les élèves eux-mêmes qui énumèrent les grandeurs présentes. Nous pouvons donc nous attendre à des grandeurs diverses dont : le rayon du cercle, le diamètre du cercle, la circonférence du cercle, l’air du disque, la mesure de l’angle au centre qui sous-tend un certain arc de cercle, la longueur d’un arc de cercle, la longueur d’une corde.

3. L’enseignant demande ensuite aux élèves d’énoncer une phrase qui met en évidence le lien entre les différentes grandeurs qui les intéressent. Après avoir laissé les élèves faire quelques tentatives, l’enseignant peut mettre en évidence le fait qu’il est très difficile de contrôler trois grandeurs en même temps d’autant plus qu’elles dépendent les unes des autres. Il faut maintenant chercher une solution au nouveau problème qui est apparu. La solution est simple, mais il faut y penser : comme nous sommes habitués de travailler des situations où nous considérons deux grandeurs, nous allons traiter les grandeurs deux par deux. Nous allons fixer la troisième grandeur, c’est-à-dire qu’elle ne variera pas.

4. Maintenant que nous savons qu’il y a trois cas à considérer, les élèves vont se placer en équipes et chaque équipe traitera un cas particulier :

   - Angle au centre fixé : Nous nous intéressons au lien entre le rayon du cercle et la longueur de l’arc déterminé sur le cercle.
   - Rayon fixé : Nous nous intéressons au lien entre l’angle au centre du cercle et la longueur de l’arc qu’il sous-tend.
   - Longueur d’arc fixé : Nous nous intéressons au lien entre l’angle au centre du cercle qui détermine cet arc et le rayon du cercle.

   C’est lors du retour collectif à la fin de l’activité que les élèves pourront prendre conscience des autres cas.

5. Voici la liste des tâches qu'auront à réaliser chacune des équipes sur le cas auquel elles s'intéressent :

   a) Décrire leur perception de la situation en une phrase qui va servir à mettre en évidence quelle est la grandeur prédominante et quelle est la grandeur conséquente.

   b) Représenter par des schémas, ou encore construire avec du carton ou tout autre matériel, un certain nombre de cas de la situation qui les intéresse.

   c) Relever un certain nombre de données concernant les deux grandeurs qui les intéressent directement sur leurs schémas :

      - Pour mesurer le rayon, il est possible d'utiliser la règle.
      - Pour mesurer la longueur d'arc, il est possible d'utiliser une corde et reporter la longueur sur une règle.
      - Pour mesurer l'angle au centre, il est possible d'utiliser le rapporteur d'angles. (À noter : il n'y a pas de façon directe de transformer cette grandeur pour qu'elle devienne linéaire.)

   d) Placer les données relevées à l'étape précédente dans un tableau de valeurs.

   e) Tracer le graphique représentant la situation en reportant tout d'abord nos données à l'aide de marches-états.

      *Pour ce qui est des mesures d'angles au centre, il serait préférable de commencer par graduer notre axe et de se servir de grandeurs linéaires fournies par cet axe pour représenter nos marches-états concernant cette grandeur.

   f) Prendre en note toute observation intéressante qui est faite tout au long de ces tâches.

   g) Présenter les résultats sur une acétate.

Un exemple de travail pouvant être fait par les élèves pour chacun de ces cas se trouve dans les pages qui suivent. Parmi les deux possibilités d'interprétation possible, celle qui a été privilégiée ici est identifiée par le symbole ♥.

Cas # 1	**Grandeur fixée :** Angle au centre du cercle

Exemples de phrases décrivant la situation	Grandeur prédominante	Grandeur conséquente
«Plus le rayon du cercle est grand, plus la longueur de l'arc de cercle est grande.» **Version améliorée:** ♥«Plus le rayon du cercle augmente, plus la longueur de l'arc de cercle est élevée.»	Rayon du cercle	Longueur de l'arc
«Plus la longueur de l'arc de cercle est grande, plus le rayon du cercle est grand.» **Version améliorée:** «Plus longueur de l'arc de cercle augmente, plus le rayon du cercle est grand.»	Longueur de l'arc	Rayon du cercle

Exemple de schéma

*Nous savons que la mesure de l'angle au centre du cercle est fixée à 45º puisqu'il est toujurs déterminé par les deux mêmes demi-droites.

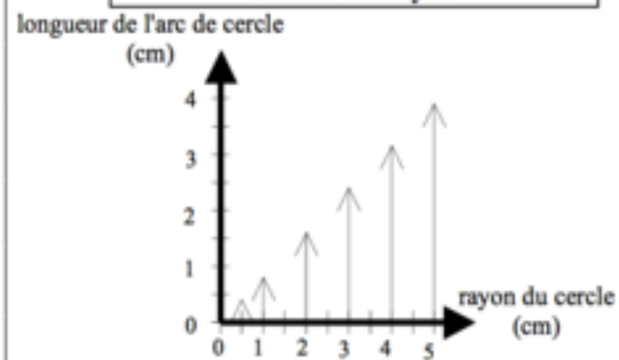
**Ce schéma n'est pas à l'échelle contrairement à ceux que devront produire les élèves.

Tableau de valeurs

La longueur de l'arc de cercle déterminé par un angle au centre de 45º selon la mesure du rayon du cercle	
Rayon du cercle (cm)	**Longueur de l'arc (cm)**
0	0
0,5	0,4
1	0,8
2	1,6
3	2,4
4	3,15
5	3,9

Graphique

Longueur de l'arc de cercle déterminé par un angle au centre de 45º selon la mesure du rayon

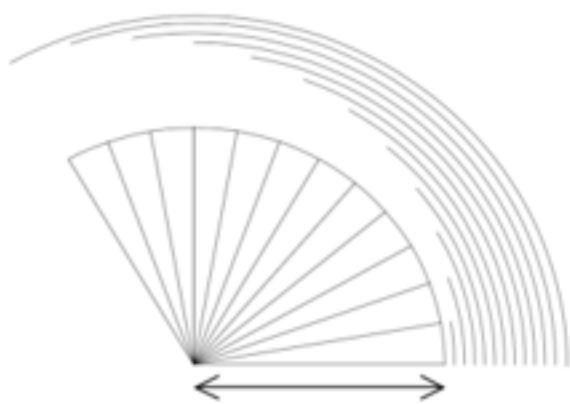


Observations

Cas # 2	**Grandeur fixée :** Rayon du cercle

Exemples de phrases décrivant la situation	Grandeur prédominante	Grandeur conséquente
«Plus l'angle au centre du cercle est grand, plus la longueur de l'arc de cercle est grande.» **Version améliorée:** ♥«Plus l'angle au centre du cercle augmente, plus la longueur de l'arc de cercle est élevée.»	Angle au centre du cercle	Longueur de l'arc
«Plus la longueur de l'arc de cercle est grande, plus l'angle au centre du cercle est grand.» **Version améliorée:** «Plus longueur de l'arc de cercle augmente, plus l'angle au centre du cercle est grand.»	Longueur de l'arc	Angle au centre du cercle

Exemple de schéma



**Ce schéma n'est pas à l'échelle contrairement à ceux que devront produire les élèves.

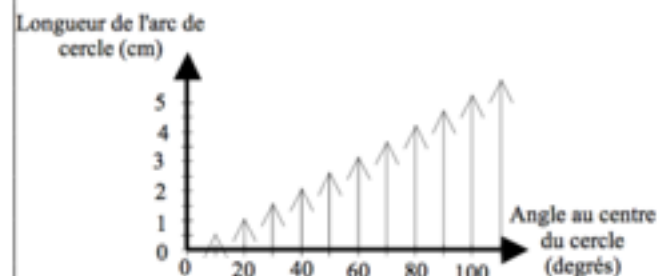
Tableau de valeurs

Longueur de l'arc selon la mesure de l'angle au centre d'un cercle de rayon 3cm

Angle au centre (degrés)	Longueur d'arc (cm)
0	0
10	0.52
20	1.05
30	1.57
40	2.09
50	2.62
60	3.14
70	3.67
80	4.19
90	4.71
100	5.24
110	5.76

Graphique

Longueur de l'arc de cercle (de rayon de 3cm) selon l'angle au centre du cercle



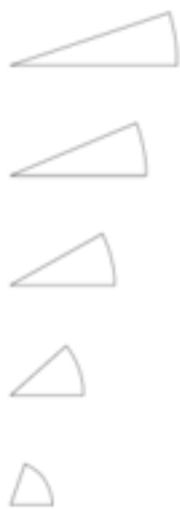
Observations

Cas # 3	**Grandeur fixée :** Longueur de l'arc de cercle

Exemples de phrases décrivant la situation	Grandeur prédominante	Grandeur conséquente
«Plus l'angle au centre du cercle est grand, plus le rayon du cercle est petit.» **Version améliorée:** «Plus l'angle au centre du cercle augmente, plus plus le rayon du cercle est petit.»	Angle au centre du cercle	Rayon du cercle
«Plus le rayon du cercle est grand, plus l'angle au centre du cercle est petit.» **Version améliorée:** ♥«Plus le rayon du cercle augmente, plus l'angle au centre du cercle est petit.»	Rayon du cercle	Angle au centre du cercle

Exemples de schémas

*La longueur de l'arc a été fixée à 2,45 cm.



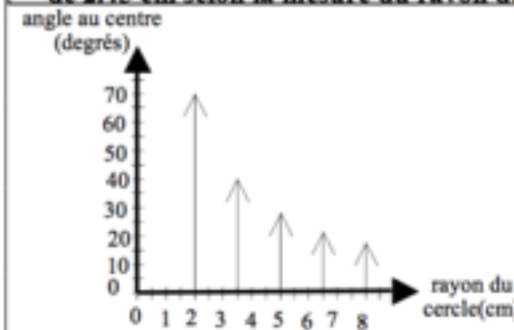
**Ce schéma n'est pas à l'échelle contrairement à ceux que devront produire les élèves.

Tableau de valeurs

Angle au centre du cercle selon la mesure du rayon	
Rayon du cercle (cm)	Angle au centre du cercle (degrés)
2	70
3.5	40
5	28
6.5	21.5
8	17.5

Graphique

L'angle au centre d'un cercle qui sous-tend un arc de 2.45 cm selon la mesure du rayon du cercle



Observations

6. L’enseignant demande à des élèves de venir à l’avant de la classe afin de présenter le travail fait par leur équipe.

7. Dans les deux premiers cas, nous sommes en présence de situations qui sont proportionnelles. L’enseignant peut demander aux élèves de montrer que les situations sont effectivement proportionnelles en travaillant dans le tableau de valeurs et en illustrant les écarts (ou encore le lien interne).

8. L’enseignant peut également demander aux élèves de trouver la règle de ces situations.

   Exemple : Longueur d’arc de cercle = $Constante\ x\ Rayon\ du\ cercle$

9. Pour ce qui est du troisième cas, la situation est inversement proportionnelle. L’enseignant peut le faire constater aux élèves en travaillant dans le tableau des valeurs en utilisant le lien multiplicatif. Ainsi, si pour passer d’une ligne à l’autre dans la colonne du rayon du cercle, on multiplie par une certaine constante, on constate que pour passer d’une ligne à l’autre dans la colonne de l’angle au centre, on divise par cette même valeur.

10. Il est également possible d’essayer de déterminer la formule correspondant à cette situation :

    Angle au centre $= Constante\ x\ \frac{1}{Rayon\ du\ cercle}$

Prolongements possibles de cette situation

- Déduire la formule de l'aire d'un disque en considérant les grandeurs suivantes : aire du disque, aire d'un carré dont le côté est le rayon du cercle. Pour ce faire, il suffit de choisir une unité de surface étalon qui servira de référence pour couvrir la surface du disque et du carré de côté «rayon». Compter le nombre de petits carrés couvrant la surface du disque et comparer avec le nombre de petits carrés dans le grand carré élevé sur le rayon du cercle. Plus les carrés sont petits, plus la valeur du rapport établi devrait se rapprocher de 3,14 soit de π.

- En cinquième secondaire (Ed. adultes : MAT-5161-2, MAT-5171-2) cette situation peut servir à mettre en évidence le fait que dans chaque situation où il y a proportionnalité se cache souvent une autre situation inversement proportionnelle.

- Travailler avec d'autres grandeurs qui se retrouvent dans le cercle : circonférence du cercle, diamètre, aire du disque, longueur d'une corde.

NOTES PERSONNELLES

SITUATION 9 : LA FACTURE D'ÉLECTRICITÉ

Énoncé du problème

Lorsque nous observons la facture d'électricité d'un certain mois, nous pouvons remarquer que la façon de calculer les coûts hebdomadaire est un peu particulière. Voici une de ces façons :

- Redevance d'abonnement par jour de 0,40$
- Chacun des 30 premiers kWh coûte 0,06$
- Les kWh excédentaires coûtent chacun 0,09$

Nous nous intéressons aux grandeurs suivantes : le coût et la consommation électrique.

Comment ces grandeurs interagissent-elles ?

Avantages d'utiliser cette situation

- Il s'agit d'une situation où le domaine (consommation électrique) n'a pas de borne supérieure, il peut y avoir des valeurs infinies.
- C'est une situation où il y a de nombreuses phases, alors faudra en tenir compte pour la modélisation.
- Les données du problème renseignent sur les marches d'accroissement à considérer pour produire le graphique.

Tableau de traduction

À / De	Expérience	Verbal	Schéma	Table de valeurs	Graphique	Formel
Expérience		X				
Verbal		X			X	X
Schéma						
Table de valeurs						
Graphique		X			X	X
Formel		X			X	X

*Il serait évidemment possible de travailler dans le tableau de valeurs, mais notre façon d'aborder la situation ne s'y prête pas vraiment. C'est pourquoi nous avons choisi de l'ignorer dans le tableau ci-dessus.

Exemple d'exploitation de cette situation dans une classe de quatrième secondaire

1. L'enseignant présente le problème à ses élèves sans donner d'indication sur la façon de varier des deux grandeurs.

2. Demander aux élèves d'identifier les grandeurs qui sont présentes dans cette situation. Les élèves risquent d'être limités aux deux grandeurs proposées dans l'énoncé du problème, mais nous devons accepter toutes les grandeurs qui ont un lien avec la facture d'électricité.

3. L'enseignant demande ensuite aux élèves de décrire leur perception de la situation en une phrase qui va servir à mettre en évidence quelle est la grandeur prédominante (variable indépendante) et quelle est la grandeur conséquente (variable dépendante). Dans ce cas-ci, nous voyons clairement que le montant dépend de la consommation électrique : nous consommons durant tout le mois et la facture arrive par après. Nous pouvons donc attendre à ce qu'une phrase ressemblant à celle-ci soit prononcée par les élèves :

   « Plus je prends d'électricité, plus ça coûte cher ! »

   L'enseignant peur reformuler cette phrase afin d'amener graduellement les élèves à employer un vocabulaire plus précis :

   « Plus la consommation électrique augmente, plus le moment de la facture d'électricité sera élevé. »

4. À ce stade-ci, il devient important de s'interroger sur les variables choisies afin de voir pour quelles valeurs elles sont définies. Nous nous questionnons donc sur le domaine et le codomaine de la situation. Pour ce qui est de la consommation électrique, elle peut prendre toutes les valeurs qui sont dans les réels positifs et même jusqu'à l'infini. Le montant de la facture d'électricité calculé pour une journée, pour sa part, varie entre 0,40 $ (coût de base) et l'infini.

5. Nous pouvons également nous questionner pour savoir si la situation que nous traitons est une fonction ou une relation. En questionnant les élèves, nous devrions pouvoir arriver à la conclusion que cette situation est une fonction puisque pour n'importe quelle valeur de consommation électrique, il y a une seule valeur du montant qui lui soit associée.

6. Demander aux élèves de faire une première ébauche du graphique qui représenterait cette situation. La consommation électrique est mise en abscisse et le montant de la facture est mis en ordonnée.

7. L’énoncé du problème nous permet de détecter un certain nombre de points repères dans cette situation :

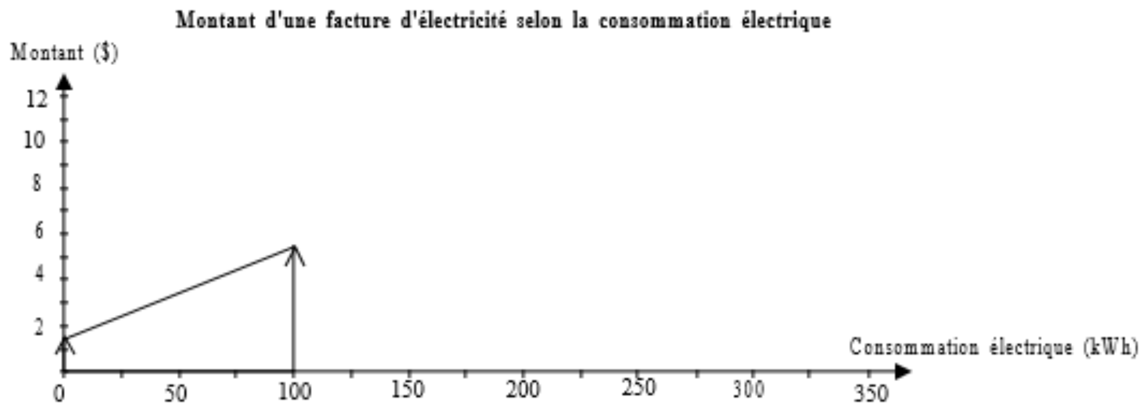
   - Pour une consommation électrique nulle, le montant est le 0,40 $. (C’est notre ordonnée à l’origine.)
   - Lorsque nous atteignons une consommation électrique de 30 kWh, il coûte 2,20 $.
   - Lorsque nous atteignons une consommation électrique de 250 kWh, il nous en coûte 2,20 $ + 220*0,09 $ = 22,00$.

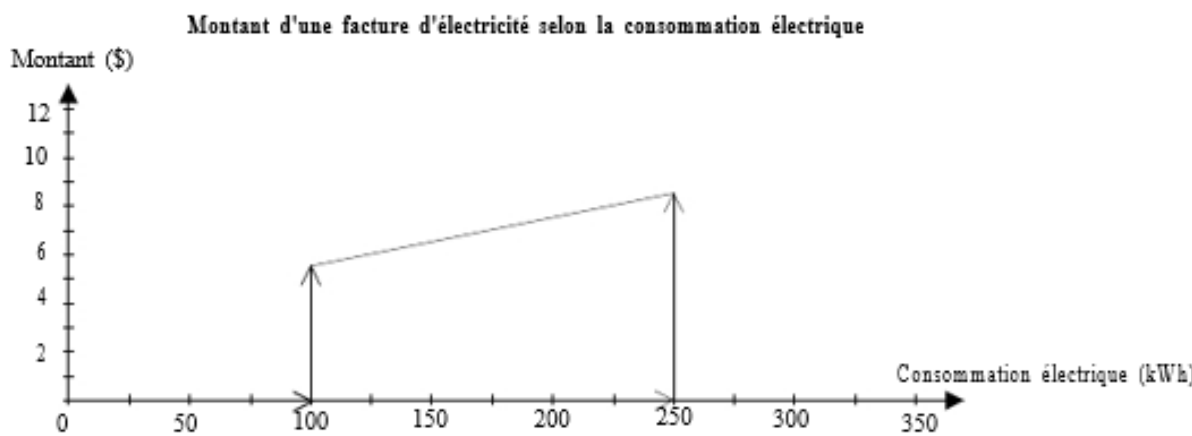
   Il est possible de placer ces différents points-repères dans notre graphique à l’aide de marches-états.

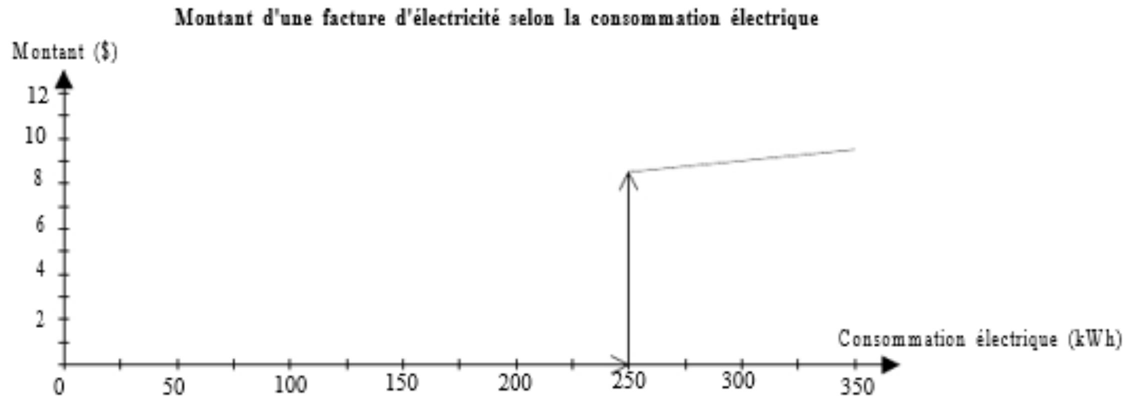
8. Ces points repères délimitent un certain nombre de phases dans notre situation. Nous pouvons maintenant nous interroger sur la façon dont varient nos grandeurs à l’intérieur de chacune de ces phrases. Si nous considérons les données du problème, nous savons que sur l’intervalle des 30 premiers kWh, si nous augmentons la consommation électrique de 1 kWh, le montant augmente de 0,06$. Nous pouvons représenter ces accroissements constants par des marches d’accroissements dans le graphique, ce qui nous amène à obtenir un segment de droite. Nous pouvons relier les points obtenus puisque nous savons que si nous considérons des accroissements plus petits de la consommation électrique, nous obtiendrons quand même un montant qui lui est associé. Pour l’enseignant, il peut être difficile de représenter de petits accroissements, alors il est possible de considérer des accroissements de 25 kWh dans la direction de l’axe des abscisses qui sont associés à des accroissements de 1,50$ en direction de l’axe des ordonnées.

9. Il est possible d’utiliser des raisonnements semblables pour tracer les deuxièmes et troisièmes parties de la courbe.

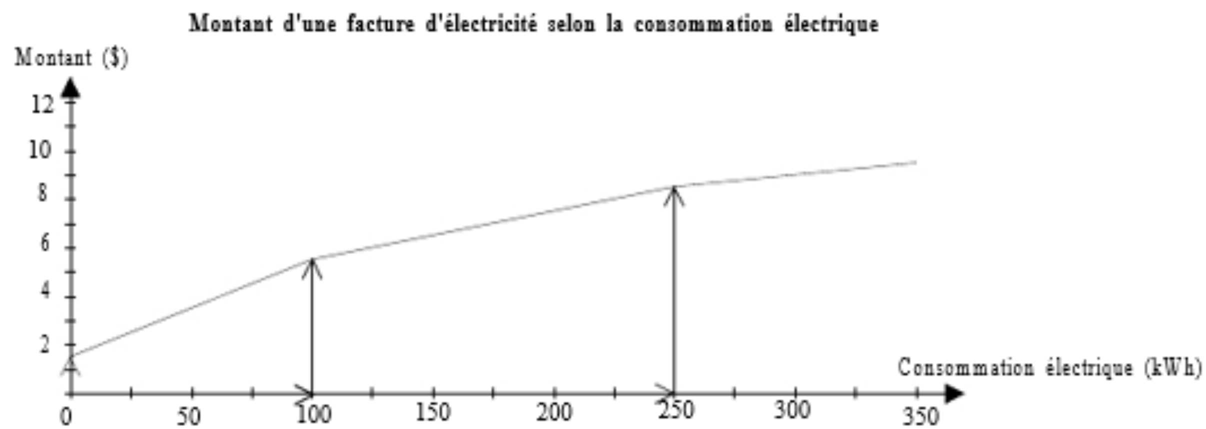
   *Remarque aux enseignants : Une bonne idée serait de tracer chacune des parties décrites précédemment sur une acétate différente. Ainsi, l’enseignant peut manipuler chacun des tronçons de courbe pour comparer leurs pentes entre elles. On retrouve les trois graphiques correspondant sur la prochaine page. En superposant ces graphiques, nous obtenons la courbe complète.


Montant d'une facture d'électricité selon la consommation électrique
Montant ($)
12
10
8
6
4
2
Consommation électrique (kWh)
0
50
100
150
200
250
300
350


Montant d'une facture d'électricité selon la consommation électrique
Montant ($)
12
10
8
6
4
2
Consommation électrique (kWh)
0
50
100
150
200
250
300
350



Graphique complet



10. Si nous nous intéressons maintenant à la modélisation formelle de la situation, nous pouvons nous attendre à quelque chose de très simple même s'il s'agit d'une fonction par parties :

- Lorsque la consommation électrique est inférieure à 30 kWh :

  Montant à payer par jour = 0,40 $ + 0,06$ / kWh *(nombre de kWh)
  m = f (c) = 0,06c + 0,40

- Lorsque la consommation électrique est supérieure à 30 kWh :

  Montant à payer = 0,40 $ + (30 kWh * 0,06$) + 0,09$/kWh *(nombre de kWh – 30 kWh)
  Montant à payer = 2,20 $ + (0,09$/kWh * (nombre de kWh – 30 kWh)

<u>Prolongements possibles de cette situation</u>

- Comparer les données de ce problème à une véritable facture d'électricité.

- Si nous produisons un second graphique illustrant la consommation électrique en fonction du temps, il est possible de faire une composée de fonctions pour avoir le montant en fonction du temps.

NOTES PERSONNELLES

SITUATION 10 : PROMENADE EN MONTAGNE

Énoncé du problème

Un promeneur marche et grimpe une montagne jusqu'à son sommet.

Nous nous intéressons aux grandeurs suivantes : l'altitude du promeneur, la distance parcourue par le promeneur. Comment ces grandeurs interagissent-elles ?

Avantages d'utiliser cette situation

- Il s'agit d'une situation qui met en évidence le conflit objet-source/objet-cible puisque l'allure de la courbe de notre modélisation graphique (objet-cible) est semblable à l'allure d'une véritable montagne (objet-source).
- Cette situation est intéressante puisque chaque promenade en montagne a sa propre modélisation et qu'il est possible de considérer différents scénarios pour relater la promenade en montagne. De ce fait, le titre que nous attribuons au graphique où la table de valeurs doit nous renseigner sur la promenade précise que nous considérons.
- Le temps est omniprésent dans la situation, mais il ne constitue pas une des variables que nous allons considérer. Par conséquent, il faudra s'assurer qu'il n'intervienne pas dans la description verbale de la promenade en montagne.
- En montagne, la forme du terrain varie considérablement. Par conséquent, il est très difficile d'illustrer précisément la situation. Il faudra donc accepter de faire une représentation générale qui illustre globalement la description qui est faite tout en ayant à l'esprit qu'à l'intérieur d'une même phase, il peut aussi y avoir des variations très petites qui ne sont pas représentées sur le graphique.
- Il est possible de représenter la montagne par une maquette (expérience) ou encore par un schéma.

Tableau de traduction

De \ À	Expérience	Verbal	Schéma	Table de valeurs	Graphique	Formel
Expérience		X			X	
Verbal		X	X		X	
Schéma		X	X	X	X	
Table de valeurs		X	X	X		
Graphique		X		X		
Formel						

Exemple d'exploitation de cette situation dans une classe de quatrième secondaire

1. L'enseignant présente le problème à ses élèves.

2. Demander aux élèves d'identifier les grandeurs qui sont présentes dans cette situation. Il est primordial que ce soient les élèves eux-mêmes qui énumèrent les grandeurs présentes. On peut ici s'attendre à des grandeurs diverses dont : le temps, la distance parcourue, l'altitude, la vitesse, l'aspect du terrain, …

3. L'enseignant demande ensuite aux élèves de décrire leur perception de la situation en une phrase qui va servir à mettre en évidence quelle est la grandeur prédominante et quelle est la grandeur conséquente. Ainsi, on peut s'attendre à deux types de phrases différentes :

A. « Plus j'ai marché, plus je suis haut. » (Grandeur prédominante : distance parcourue)

B.« Plus je suis haut, plus j'ai marché. » (Grandeur prédominante : altitude)

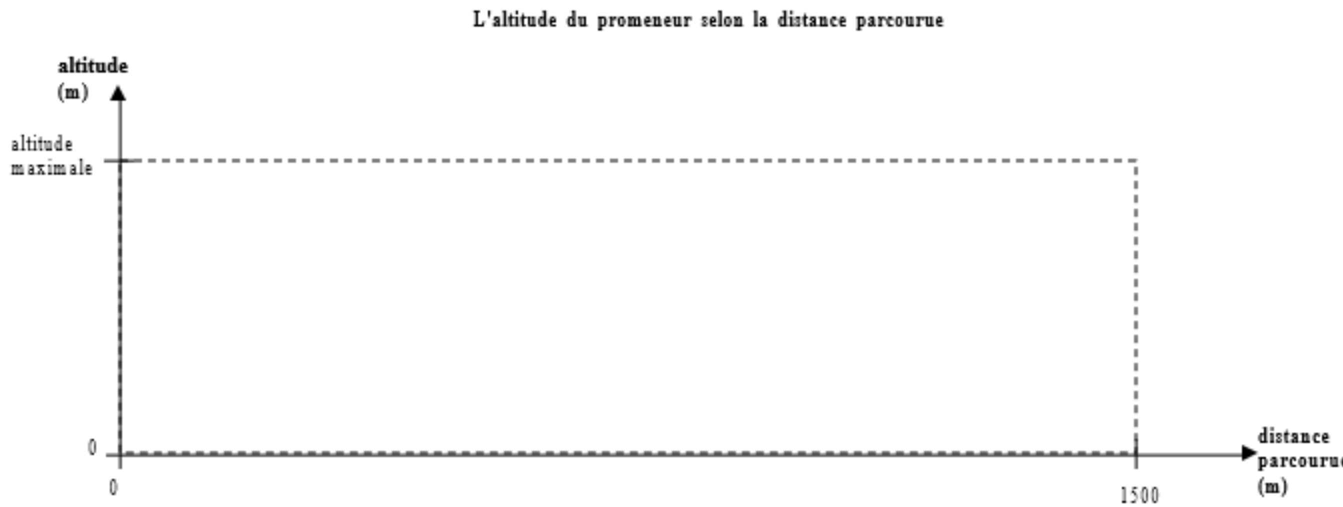
L'enseignant peut alors répéter la phrase en changeant la formulation afin d'habituer les élèves à utiliser un vocabulaire plus varié qui fait référence à la variation des grandeurs de façon plus explicite.

A. « Plus la distance parcourue augmente, plus l'altitude à laquelle se trouve le promeneur est élevée. »
(Grandeur prédominante : distance parcourue)

B. « Plus l'altitude augmente, plus la distance que j'ai parcourue est élevée. »
(Grandeur prédominante : altitude)

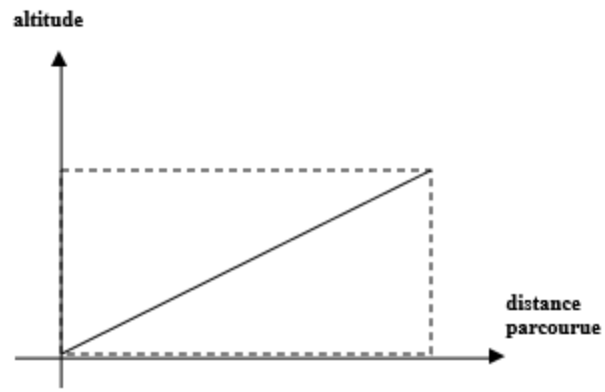
*Dans la suite de cet exemple, nous allons supposer que c'est la phrase A qui a été dite bien qu'il puisse être profitable de travailler B.

4. À ce stade-ci, il devient important de s’interroger sur les variables choisies afin de voir pour quelles valeurs elles sont définies. (Nous nous questionnons donc sur le domaine et le codomaine de la situation sans le mentionner explicitement.) Pour ce qui est de la distance parcourue, elle sera définie dans les réels positifs, c’est-à-dire de 0 jusqu’à ce que le promeneur soit rendu au sommet de la montagne. Dans ce cas-ci, nous supposerons que cette distance est de 1,5 km. L’altitude, quant à elle, va varier du niveau de la mer (0 m) jusqu’à l’altitude correspondant au sommet de la montagne que nous nommerons ici « l’altitude maximale ».



5. Mentionner quelques éléments (points-repères) qui se retrouvent sur la montagne. Par exemple, il y a un lac à 250 mètres d’altitude. Il y a un chalet à 550 mètres d’altitude. Il y a un observatoire au sommet de la montagne (altitude : 100m). Demander aux élèves de faire une première ébauche du graphique qui représenterait cette situation.

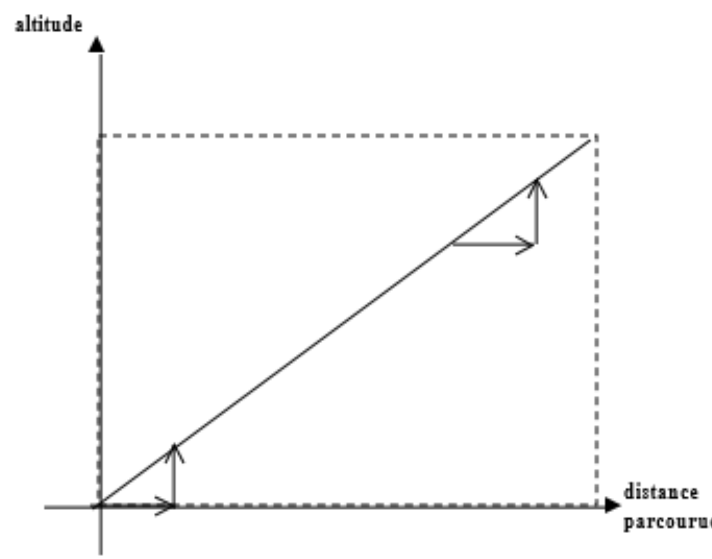
6. Nous pouvons nous attendre à ce que les élèves produisent une modélisation graphique s'apparentant à cette illustré ci-contre. Cela est dû au conflit qui existe entre l'objet-source, c'est-à-dire la représentation mentale qu'ont les élèves de la montagne dont il est question, et l'objet-source, c'est-à-dire la représentation mentale qu'ont les élèves de la montagne dont il est question, et l'objet-cible qui est ici la représentation graphique qu'ils tentent de produire à partir de la situation.



7. Afin de contrer cette mauvaise habitude qu'ont les élèves à tenter de reproduire une image dans leur représentation graphique, il faut amener les élèves à s'interroger sur la signification de la modélisation qu'ils ont produite. Voici quelques exemples de questions qui feront réfléchir les élèves sur le graphique qu'ils ont produit :

   - *À chaque pas qu'il faut, le promeneur monte en altitude, n'y a-t-il pas certains endroits sur le sentier où il doit descendre une petite pente avant d'en grimper une autre ?*

   - *Si on examine la variation sur le graphique, on constate que pour une même distance parcourue au début ou à la fin du trajet, la variation d'altitude est la même. Est-ce que l'inclinaison du terrain est toujours la même ? Est-ce que l'inclinaison du terrain est toujours la même ? Est-ce vraiment comme ça que vous imaginiez la montagne ? (Il est aussi possible de demander aux élèves de représenter visuellement la montagne qu'ils ont imaginée et de leur demander de nous décrire la promenade qu'ils ont voulu représenter.)*



8. Après cette réflexion, les élèves devraient être d'accord pour dire que le graphique représentant une promenade en montagne n'est pas nécessairement constitué d'une courbe régulière et que toute promenade en montagne n'a pas nécessairement la même modélisation graphique. Suite à ces constations, il convient de s'entendre sur une même description de la promenade en montagne afin que tous les élèves produisent un graphique semblable. Nous allons donc décrire la promenade qu'à fait Rémi en la décortiquant selon différentes phases.

La promenade en montagne de Rémi

Phase 1 Durant les 300 premiers mètres de sa promenade, Rémi marche sur un sentier dont la pente est régulière. Ainsi, pour chaque pas qu'il fait, il s'élève en altitude de façon constante. Au bout des trois cent mètres, il est rendu à une altitude de 250 m.

Phase 2 Durant les 200 mètres suivants, Rémi fait le tour d'un lac afin de se rendre au prochain sentir qui lui permettra de poursuivre son ascension. Rémi reste donc au même niveau, son altitude ne varie pas.

Phase 3 Cette phase est deux fois moins longue que la précédente. Rémi doit descendre une côte dont la pente n'est pas régulière. La pente est assez douce au début de la côte puis elle devient plus à pic vers la fin de la côte. Son altitude a diminué de 100 mètres.

Phase 4 Cette phase est analogue à la phase 1 : durant les 400 mètres qui suivent, Rémi se trouve encore sur un sentier dont la pente est régulière et qui mène à un chalet où il peut facilement aller aux toilettes. En tout, il s'élève de 400 mètres en altitude.

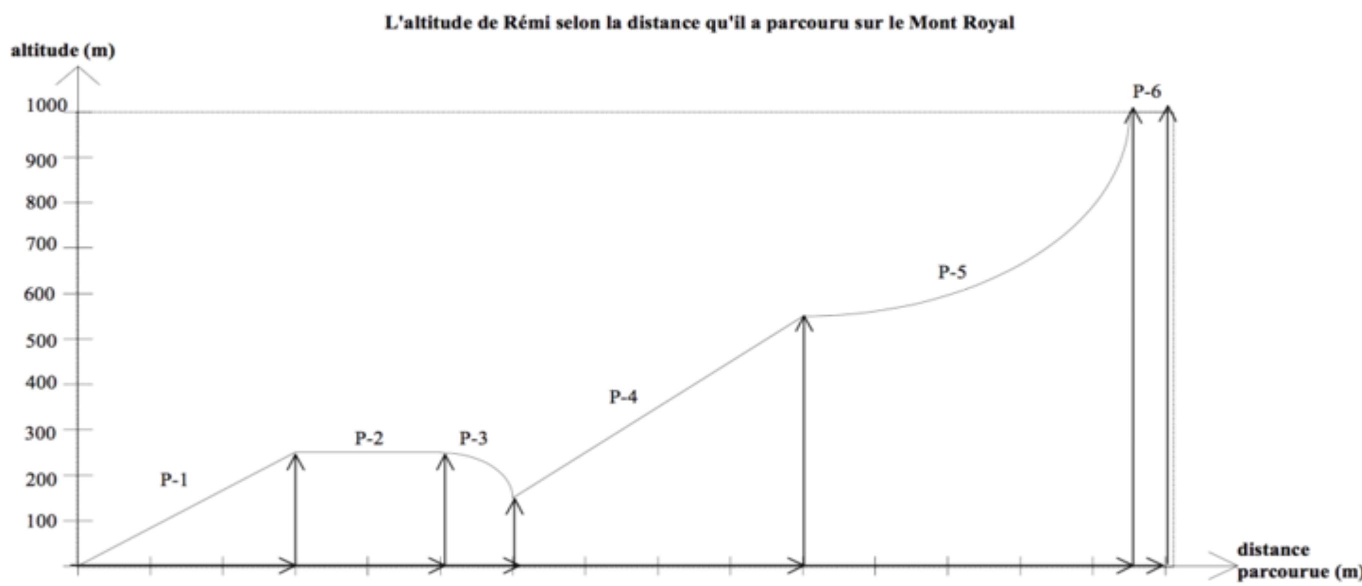
Phase 5 Dans cette phase, Rémi va parcourir une distance supérieure de 50 mètres à la distance qu'il a parcouru lors de la phase précédente. Au départ, la pente est très faible, presque nulle, ce qui fait que Rémi ne s'élève presque pas en altitude. Vers la fin de la phase par contre, la pente est beaucoup plus à pic et Rémi doit user des techniques d'escalade qu'il a apprises à l'école. En effet, pour une même distance parcourue, il s'élève énormément en altitude.

Phase 6 Rémi est rendu au sommet de la montagne et marche un peu sur l'observatoire afin d'observer le paysage. Ainsi, durant les cinquante derniers mètres, Rémi se trouve à l'altitude maximale de 1000 mètres.

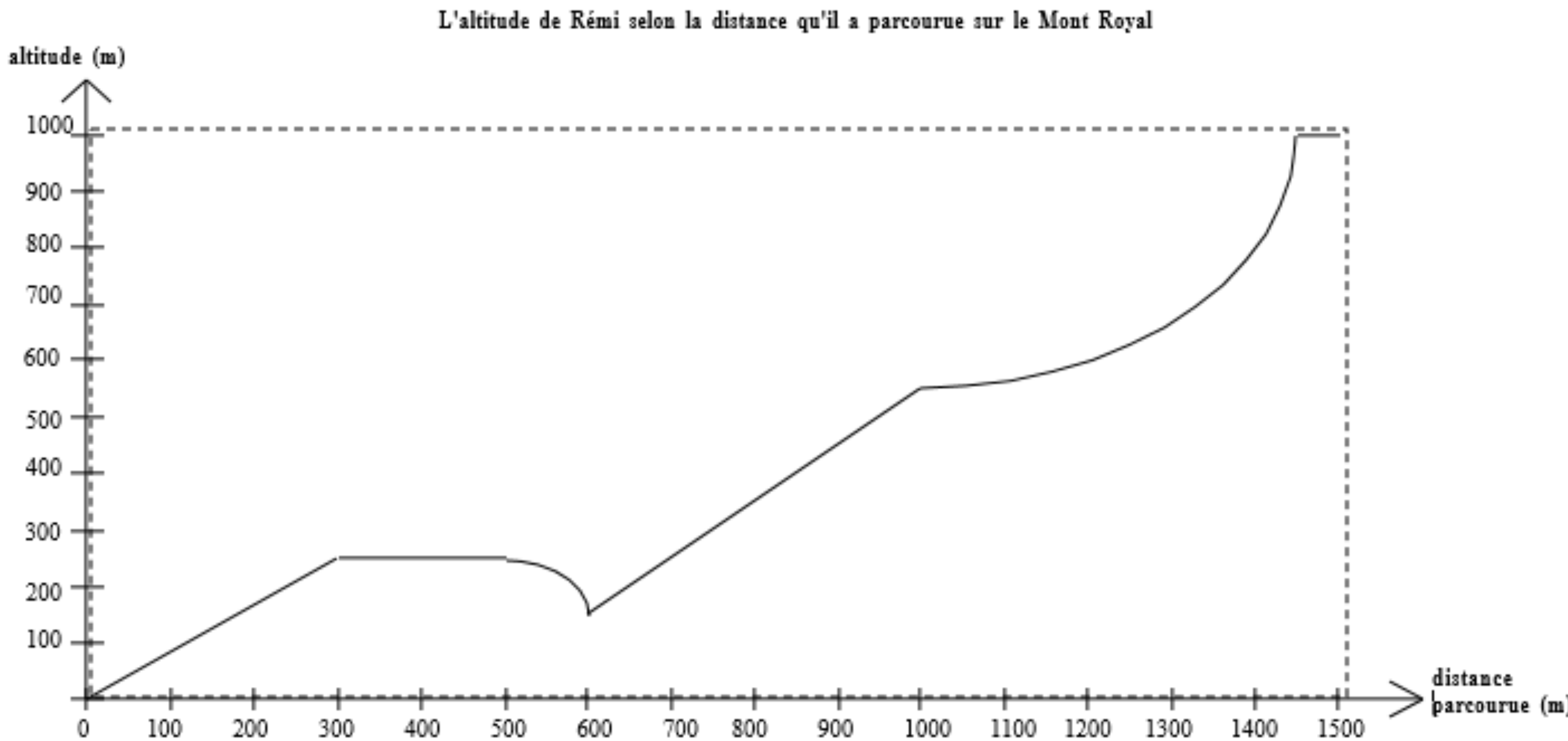
*Fait intéressant à remarquer : Dans la description verbale de la page précédente, on utilise parfois le mot « pente » en parlant de la montagne. Est-ce que cela ne risque pas d'occasionner encore une fois un conflit objet-source/objet-cible étant donné que, graphiquement parlant, nous utilisons le terme « pente » lorsque nous traitons du modèle linéaire ?

9. Avant de débuter la modélisation graphique en tant que tel, il convient de s'interroger sur la façon de graduer nos axes afin de bien représenter la situation. Pour ce qui est de l'axe de la distance parcourue, on remarque que les distances décrites sont des multiples de 50 mètres ou encore de 100 mètres. Il est donc possible de mettre une graduation de 100 mètres que nous pourrons diviser en deux au besoin pour obtenir des graduations intermédiaires de 50 mètres. Pour ce qui est de l'altitude, un même raisonnement peut nous amener à privilégier des graduations de 100 mètres.

10. Le temps est maintenant venu de se mettre à la production de notre modélisation graphique. Il est tout d'abord possible de déterminer certains points-repères à partir de la description verbale de la situation qui serviront à délimiter nos différentes phases. Ces points repères seront placés sur notre graphique à l'aide de marches-états. Nous placerons la marche représentant la distance et la contremarche représentant l'altitude. Par la suite, en analysant la variation nous allons tracer la courbe dans la mesure où nous sommes certains que la caractéristique de variation est préservée sur toute la phase.



Voici le graphique que nous avons faite de la situation :



Prolongements possibles de cette situation

- En faisant un second graphique, il est possible de travailler la composition de fonctions en cinquième secondaire (Ed. adultes : MAT-5161-2, MAT-5171-2). En effet, si le premier graphique représente l'altitude en fonction de la distance parcourue et le second représente la distance parcourue en fonction du temps, il est possible de tracer le graphique de l'altitude en fonction temps à partir des deux précédents.

- Il est possible de rajouter des éléments dans la description de l'ascension de la montagne de telle sorte que l'allure de la modélisation graphique soit modifiée. Par exemple, s'il y a un téléphérique, il y a de fortes chances pour que les variations des grandeurs soient plus constantes que si on se promène à pieds.

- Il est aussi possible de considérer le temps et l'altitude comme grandeurs et d'imposer que ce soit l'altitude qui soit la grandeur prédominante. Ainsi, les élèves sont forcés de considérer la situation d'une façon autre que chronique. De plus, nous n'aurions pas une fonction mais bien une relation. Il est important de voir aussi des relations avant que les élèves n'arrivent en quatrième secondaire (Ed. adultes : MAT-4151-1, MAT-4161-2, MAT-4171-2)

- Si les élèves font une verbalisation semblable à celle-ci : « Plus j'ai marché, plus je suis proche du sommet. » Il peut être intéressant de travailler la situation d'un autre point de vue. En effet, plutôt que de considérer l'altitude du promeneur, on considère la grandeur complémentaire, à savoir la hauteur qui sépare le promeneur du sommet de la montagne.

NOTES PERSONNELLES

SITUATION 11 : LA TEMPÉRATURE ET L'ALTITUDE

Énoncé du problème

Les personnes qui font de la randonnée en montagne savent qu'ils doivent prévoir différents types de vêtements puisque la température n'est pas la même au sommet de la montagne qu'au niveau de la mer.

Il est prouvé qu'à chaque fois qu'on s'élève de 520 mètres, la température s'abaisse de 5 degrés Celsius.

Nous nous intéressons aux grandeurs suivantes : l'altitude du grimpeur, la température.

Comment ces grandeurs interagissent-elles ?

Avantages d'utiliser cette situation

- Les élèves créent un schéma qui ressemble drôlement à un tableau de valeurs.
- Il s'agit d'une situation appartenant au modèle linéaire et qui permet de travailler avec des valeurs négatives.
- La modélisation formelle est facile, même pour les élèves de deuxième secondaire (Ed. adultes : MAT-2101-3)

Tableau de traduction

À / De	Expérience	Verbal	Schéma	Table de valeurs	Graphique	Formel
Expérience						
Verbal		X	X	X	X	X
Schéma			X	X	X	X
Table de valeurs				X	X	X
Graphique					X	
Formel						

Exemple d’exploitation de cette situation dans une classe du premier cycle du secondaire (Ed. adultes : MAT-2101-3)

1. L’enseignant présente la situation aux élèves.

2. L’enseignant demande ensuite aux élèves de décrire leur perception de la situation. Les phrases prononcées serviront à mettre en évidence quelle est la grandeur prédominante, celle sur laquelle nous nous appuyons, et quelle est la grandeur conséquente, c’est-à-dire comment l’élève se positionne pour expliquer la façon dont réagit une grandeur lorsque nous faisons bouger l’autre. Ainsi, on peut s’attendre à deux types de phrases différentes prononcées par les élèves.

   A. « Plus je suis haut, plus il fait froid. » (Grandeur dominante : altitude)
   B. « Plus il fait froid, plus je suis haut. » (Grandeur prédominante : température)

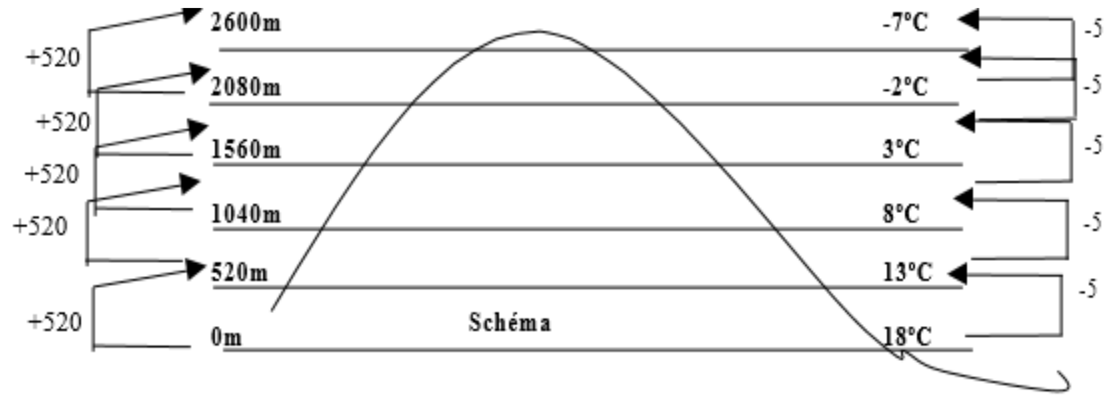
   Dans ce cas-ci, l’énoncé du problème nous suggère la grandeur prédominante. En effet, lorsqu’il est dit « chaque fois qu’on s’élève de 520 mètres en altitude, la température baisse de 5 degrés », nous voyons clairement que l’altitude du promeneur vient d’abord et que la température est la grandeur conséquente. L’enseignant peut alors répéter la phrase A en changeant la formulation afin d’habituer les élèves à utiliser un vocabulaire plus varié qui fait référence à la variation des grandeurs de façon explicite.

   A. « Plus l’altitude du promeneur augmente, plus la température est basse. »

3. L'enseignant demande ensuite de représenter cette situation par un schéma. Nous pouvons nous attendre à ce que les schémas faits par les élèves nous donnent une certaine liste de données. En effet, tout comme le tableau de valeurs, le schéma associe une certaine valeur d'altitude à une certaine valeur de température. Examinons ces deux modes de représentation de plus près :

Tableau de valeurs

Altitude(m)	Température(°C)
0	18
520	13
1040	8
1560	3
2080	-2
2600	-7

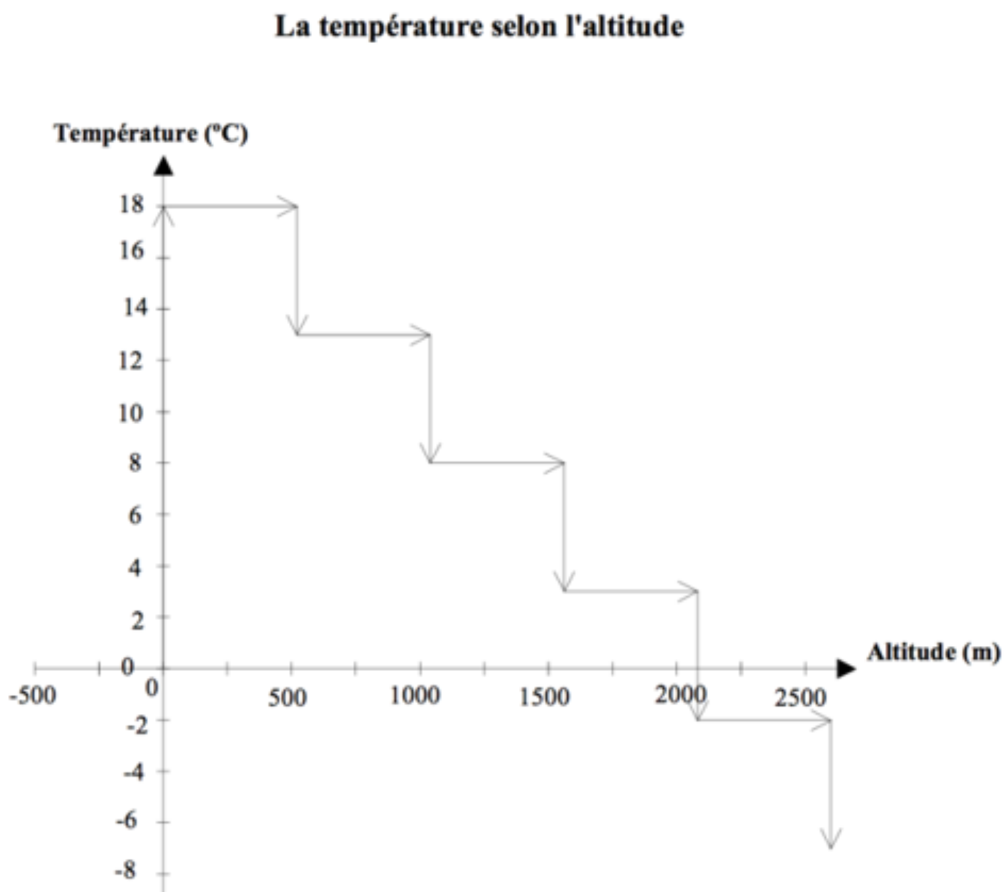


Schéma

4. Représentons également la situation dans un graphique. Nous allons tout d'abord placer la valeur initiale en supposant qu'au niveau de la mer, la température est de 18º C. Nous allons ensuite placer un certain nombre de points en utilisant les marches d'accroissement puisque nous savons précisément de quelle façon se comporte la situation du point de vue des écarts de chaque grandeur. Ainsi, d'un point à l'autre, il y a un accroissement de 520 mètres en direction de l'axe des abscisses (altitude) et un accroissement de -5 ºC dans le sens de l'axe des ordonnées (température).

5. Cherchons maintenant la formule qui permet de calculer la température en fonction de l'altitude. On sait qu'au départ la température est de 18º C. À cette valeur, nous devons retrancher 5º C autant de fois qu'il y a de 520 mètres d'altitude.

   Ainsi : Température = 18 - 5 * (altitude/520 m)



Prolongements possibles de cette situation

- Lire un article de revue ou regarder un documentaire sur un alpiniste qui a escaladé une montagne très haute afin de pouvoir bien voir les différences de conditions climatiques à différentes altitudes et les vêtements nécessaires à une telle expédition.
- Se questionner sur ce qui se passe si nous allons dans des grottes souterraines : la température suit-elle la même règle ?
- Nous pouvons encore faire une composée de fonctions. Nous avons le graphique de la température selon l'altitude. Si nous traçons un second graphique illustrant l'altitude en fonction de la distance parcourue par l'alpiniste, nous pouvons faire une composée de telle sorte à avoir un graphique de la température selon la distance parcourue par l'alpiniste.
- Il est possible de faire des liens avec les cours de géographie et d'écologie en comparant l'évolution de la flore au fur et à mesure qu'on s'élève en altitude et les conditions climatiques environnantes.

NOTES PERSONNELLES

SITUATION 12 : LE DRAPEAU DU SCOUT

(Comment utiliser une même situation à différents niveaux ?)

Énoncé du problème

Un scout est responsable de hisser un drapeau sur un mât. Pour faire cela, il attache une extrémité de la corde qui est reliée au drapeau à sa ceinture. Lorsqu'il est à côté du mât, le drapeau est au sol et la corde est tendue.

Nous nous intéressons aux grandeurs suivantes : la distance horizontale entre le scout et le pied du mât, la hauteur du drapeau. Comment ces grandeurs interagissent-elles ?

Avantages d'utiliser cette situation

- Cette situation permet de mettre en évidence la tendance des élèves à linéariser, c'est-à-dire à représenter une situation par un ou plusieurs segments de droite.
- Il est possible de simuler la situation, en classe ou à la maison, avec un drapeau et un mât créé par nos propres moyens. La manipulation peut servir à convaincre les élèves que le schéma est aussi crédible que la situation elle-même lorsqu'on en fait l'analyse.
- Situation visuelle et géométrique : la modélisation graphique peut se faire par reports de segments plutôt que par mesurage.
- Présence de plusieurs grandeurs dans la situation, donc sensibilisation à la notion de paramètre qui est travaillée en quatrième secondaire (Ed. adultes : MAT-4151-1, MAT-4161-2, MAT-4171-2) puisque nous devons fixer les grandeurs qui ne nous intéressent pas dans ce cas-ci.
- Cette situation est très riche. Pour cette raison, il est possible de l'exploiter d'une manière différente à chaque niveau :

  Premier cycle du secondaire (Ed. adultes : MAT-2101-3)
  Modélisation graphique à partir de l'expérience.

  Troisième secondaire (Ed. adultes : MAT-3051-2)
  Modélisation graphique à partir de schémas.

  Quatrième secondaire (Ed. adultes : MAT-4151-1, MAT-4161-2, MAT-4171-2) Modélisation formelle.

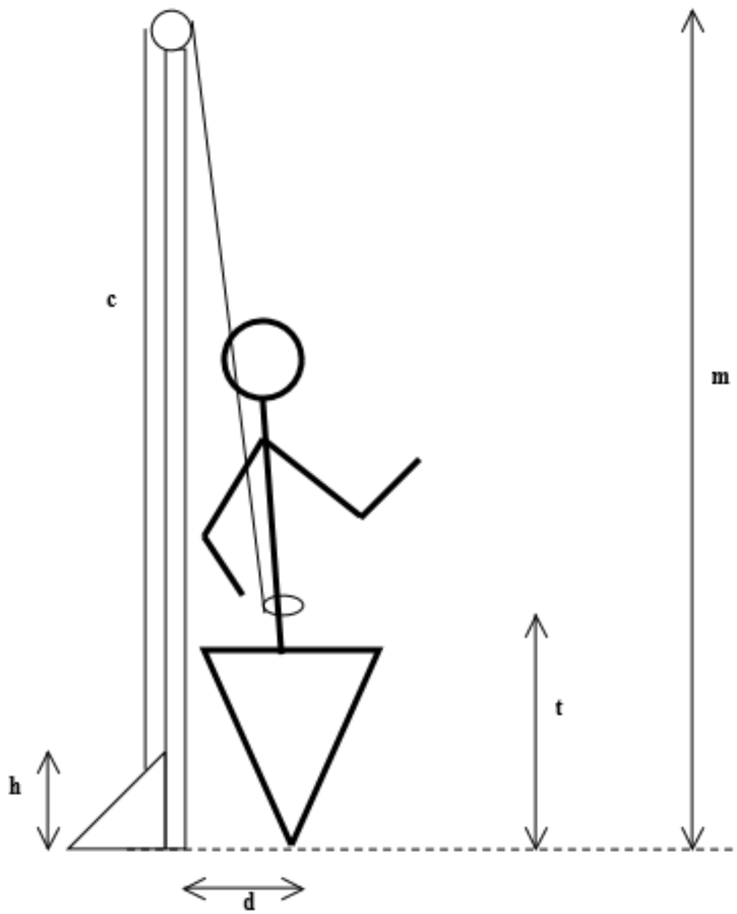
Tableau de traduction

De \ À	Expérience	Verbal	Schéma	Table de valeurs	Graphique	Formel
Expérience			2	2-3	2-3	
Verbal	2-3	2-3-4	2-3-4		2-3	
Schéma			2	3**	2-3	4
Table de valeurs				3	3	
Graphique					3	
Formel						4

* Les chiffres dans les cases du tableau de traduction désignent le niveau où la traduction a été faite dans les activités des pages qui suivent.

** Dans le cas où nous avons un schéma à l'échelle.

LE DRAPEAU DU SCOUT – REPRÉSENTATION SCHÉMATIQUE



<u>Grandeurs présentes dans la situation:</u>

d : distance horizontale entre le scout et le mât
h : hauteur du drapeau par rapport au sol
t : hauteur de la taille (ceinture) du scout par rapport au sol
m : hauteur du mât
c : longueur de la corde

<u>Exemple d'exploitation de cette situation dans une classe de deuxième secondaire</u> (Ed. adultes : MAT-2101-3)

1. L'enseignant présente la situation très brièvement, c'est-à-dire qu'il ne fait que lire l'énoncé du problème aux autres élèves. Si le matériel est disponible pour faire un montage en classe, on peut montrer brièvement le fonctionnement du mât en s'assurant de ne rien spécifier sur la variation des grandeurs.

2. L'enseignant demande aux élèves d'identifier les grandeurs présentes dans cette situation. Il est primordial que ce soit les élèves eux-mêmes qui énumèrent les grandeurs présentes afin de faire la distinction entre les grandeurs qui varient et les grandeurs que nous fixerons momentanément (que nous appellerons éventuellement paramètres). Parmi ces grandeurs, on retrouve entre autre la distance entre le scout et le mât, la hauteur du drapeau, la hauteur du mât, la hauteur de la taille du scout, la longueur de la corde, …

3. Maintenant que l'inventaire des grandeurs présentes dans cette situation est fait, l'enseignant spécifie les deux grandeurs privilégiées : La distance horizontale entre le scout et le pied du mât de même que la hauteur du drapeau. Par la suite, il demande aux élèves de décrire la perception de la situation en une phrase qui va servir à mettre en évidence quelle est la grandeur prédominante et quelle est la grandeur conséquente en plus de permettre à l'enseignant de cerner la façon selon laquelle l'étudiant appréhende la situation. Ainsi, on peut s'attendre à deux types de phrases différentes prononcées par les élèves :

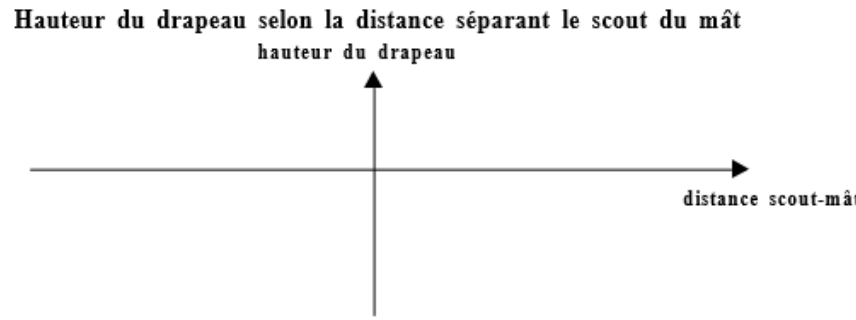
   A. « Plus le scout est loin, plus le drapeau monte. » (Grandeur prédominante : distance scout-mât)
   B. « Plus le drapeau est haut, plus le scout est loin. » (Grandeur prédominante : hauteur du drapeau)

   L'enseignant peut alors répéter la phrase en changeant la formulation afin d'habituer les élèves à utiliser un vocabulaire plus varié qui fait référence à la variation des grandeurs de façon plus explicite.

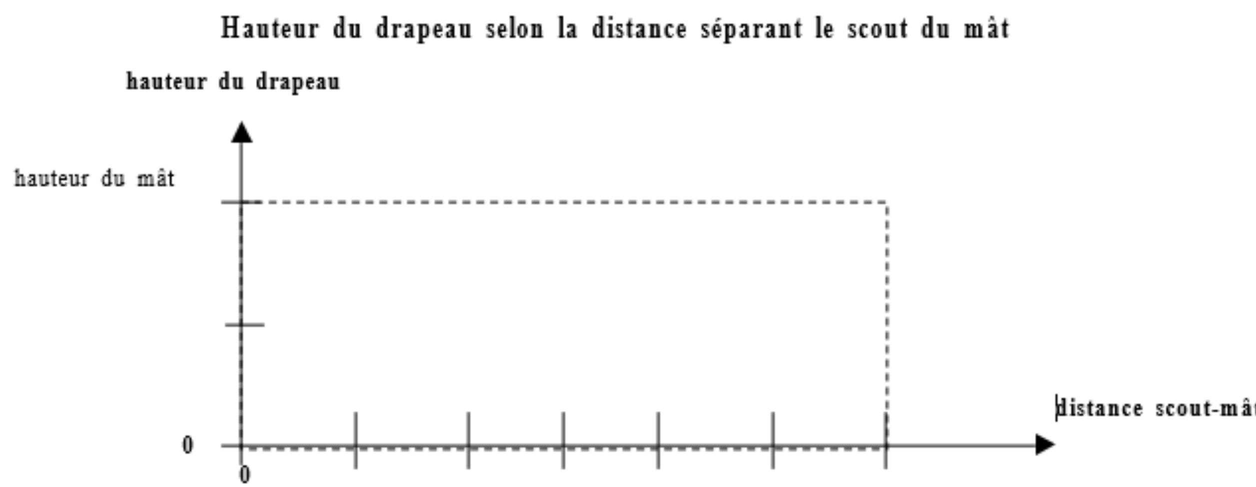
   A. « Plus la distance du drapeau séparant le scout du mât est grande, plus le drapeau est haut. »
   (Grandeur prédominante : distance scout-mât)
   B. « Plus le drapeau est haut, plus la distance entre le scout et le mât est grande. »
   (Grandeur prédominante : hauteur du drapeau)

*Dans la suite de cet exemple, nous allons supposer que c'est la phrase A qui a été dite.

4. Maintenant que nous avons choisi notre grandeur prédominante, il est possible d'identifier nos axes sur notre représentation graphique : la grandeur prédominante est placée en abscisse et la grandeur conséquente est placée en ordonnée.



5. Maintenant, il faut s'interroger sur les valeurs possibles que peuvent prendre chacune des grandeurs et plus particulièrement les valeurs extrêmes pour lesquelles la situation pourra avoir lieu. Dans ce cas-ci, la distance entre le scout et le mât peut être jusqu'à la distance où la corde va être au maximum de sa longueur et le drapeau au sommet du mât. La hauteur du drapeau, quant à elle, peut prendre des valeurs de 0 jusqu'à la hauteur maximale qui correspond à la hauteur du mât. (Nous venons donc, sans le mentionner explicitement, de définir le domaine et le codomaine de la situation.) Le temps est maintenant venu de graduer nos axes sur notre modélisation graphique. Après avoir positionné les valeurs maximales sur chacun des axes, nous devons choisir des subdivisons (graduations) qui seront-elles aussi représentatives de la situation. Par exemple, si le scout fait six pas avant que le drapeau n'atteigne le haut du mât, on peut diviser le segment de droite (sur l'axe) qui va de 0 jusqu'à la distance maximale en six parties égales : une première division en deux parties égales et une seconde division de chaque partie en trois parties égales. Pour ce qui est de la hauteur du mât, il est possible de partager le segment de droite en deux parties égales un certain nombre de fois jusqu'à ce que l'on ait suffisamment de valeurs pour faire des lectures facilement sur le graphique. Cette graduation pourra toujours être modifiée selon les besoins plus tard dans l'activité.

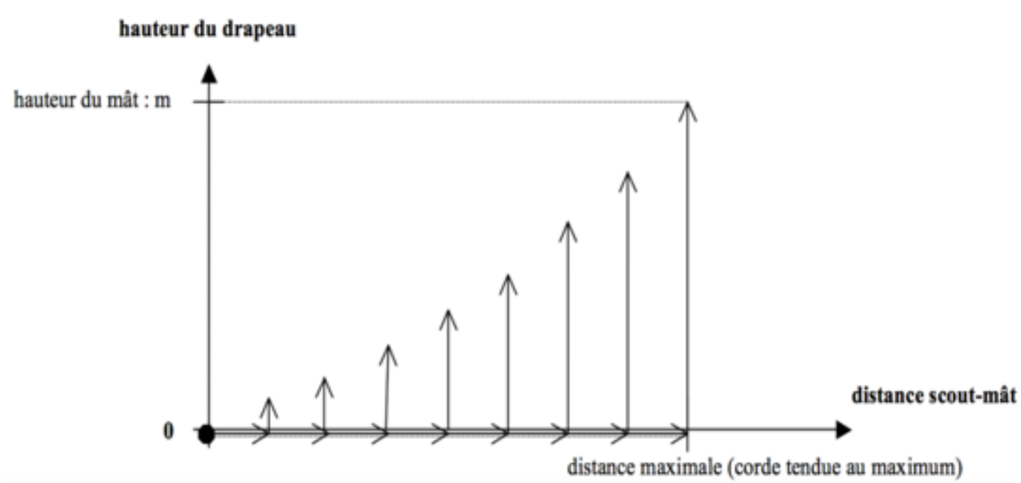


6. L’enseignant demande alors aux élèves de faire le graphique qui représente leur interprétation de la situation. Pendant que les élèves travaillent, l’enseignant circule dans la classe afin d’identifier différents types de graphiques (droite passant par l’origine, courbe incurvée vers le haut ou vers le bas, …) faits par les élèves. Il distribue des acétates à certains étudiants afin de les amener, un peu plus tard, à expliquer au reste de la classe le graphique qui traduit leur perception de la situation.

7. L’enseignant demande aux étudiants présélectionnés de venir présenter, à tour de rôle, leur modélisation graphique à l’avant de la classe. Il faut surtout s’assurer qu’il y ait concordance entre la verbalisation qui est faite et le graphique tracé par l’élève. L’enseignant doit donc corriger le discours afin de s’assurer que la grandeur prédominante le soit tout au long de la verbalisation et que l’élève ne fait pas apparaitre dans son discours des grandeurs qui ne sont pas considérées dans la situation. (Nous pouvons nous attendre entre autres à ce que le temps apparaisse et il faudrait alors faire réaliser aux élèves que nous n’avons pas besoin du temps pour expliquer cette situation.)

8. Pour vérifier les hypothèses émises, nous allons réaliser l’expérience afin de valider les différentes hypothèses émises par les élèves et produire la modélisation graphique au fur et à mesure par report de segments sans relever de données numériques. Nous n’utiliserons donc pas le mode de représentation table de valeurs. Si nous avons la chance d’avoir un mât et un drapeau en classe, tant mieux ! Il est possible d’en simuler un simplement à l’aide d’une corde et d’un bâton. Il est alors possible de procéder immédiatement au relevé des segments. Cependant, cela ne se fait pas sans difficultés puisqu’il faut être au moins deux personnes pour manipuler le matériel et reporter les segments issus de l’expérience. Si on ne dispose pas de ce matériel, il est possible de réaliser l’expérience à partir du schéma de la situation : lorsqu’on déplace notre scout, il faut seulement se rappeler que la longueur de la corde est constante (puisque ce n’est pas une grandeur qui nous intéresse, on la fixe.) Les élèves risquent d’avoir de la difficulté à accepter qu’un schéma soit aussi représentatif que la situation (expérience) elle-même. Les élèves doivent être convaincus que le schéma est valable pour qu’on puisse l’utiliser sans quoi la situation n’aura servi à rien. Ainsi, il faut que la somme des segments de corde du scout au mât et du mât au drapeau soit constante.

Hauteur du drapeau selon la distance séparant le scout du mât



9. Plusieurs élèves auront sûrement pensé qu’il s’agissait là d’une situation proportionnelle puisqu’ils ont l’impression qu’à chaque fois que le scout avance d’un pas, il fait monter le drapeau d’une même hauteur, ce qui n’est pas le cas. Ils auront donc sûrement modélisé la situation par un segment de droite passant par l’origine du plan cartésien. Après avoir placé un certain nombre de points dans notre graphique par report de mesures, il est possible de constater que l’allure générale de la courbe semble plutôt incurvée vers le haut. Encore là, il ne faut pas tracer tout de suite la courbe à main levée puisqu’on ne sait pas vraiment ce qui se passe entre deux points précis de cette courbe. Il est possible d’ajouter des points entre deux pour vérifier si « la tendance se maintient ». Concrètement, cela signifie donc de subdiviser nos graduations actuelles en graduations plus petites (peut-être à la demie). Après quelques ajouts, il est possible de mentionner que la courbe semble être ouverte vers le haut. Il ne faut rien affirmer puisque la situation n’a pas été analysée de façon détaillée pour mettre en évidence la variation des deux grandeurs. Cette analyse plus poussée viendra en troisième secondaire (Ed. adultes :MAT-3051-2) où l’on commence à étudier les différents types de variation.

<u>Exemple d'exploitation de cette situation dans une classe de troisième secondaire</u> (Ed. adultes :MAT-3051-2)

1. L'enseignant présente la situation brièvement, c'est-à-dire qu'il ne fait que lire l'énoncé du problème aux élèves. En troisième secondaire, les élèves devaient être en mesure de travailler la situation simplement à partir du schéma de la situation. Nous pouvons donc faire une représentation schématique de la situation où on met en évidence la présence d'un triangle rectangle.

2. L'enseignant demande aux élèves d'identifier les grandeurs présentes dans cette situation. Il est primordial que ce soient les élèves eux-mêmes qui énumèrent les grandeurs présentes afin de faire la distinction entre les grandeurs qui varient et les grandeurs que nous fixerons momentanément (que nous appellerons éventuellement paramètres). Parmi ces grandeurs, on retrouve entre autres la distance entre le scout et le mât, la hauteur du drapeau, la hauteur du mât, la hauteur de la taille du scout, la longueur de la corde, …

3. Maintenant que l'inventaire des grandeurs présentes dans cette situation est fait, l'enseignant spécifie les deux grandeurs privilégiées : la distance horizontale entre le scout et le pied du mât de même que la hauteur du drapeau. Par la suite, il demande aux élèves de décrire leur perception de la situation en une phrase qui va servir à mettre en évidence quelle est la grandeur prédominante et quelle est la grandeur conséquente en plus de permettre à l'enseignant de cerner la façon selon laquelle l'étudiant appréhende la situation. Ainsi, on peut s'attendre à deux types de phrases différentes qui ont autant de chances l'une que l'autre d'être prononcées par les élèves :

   A. « Plus le scout est loin, plus le drapeau monte. » (Grandeur prédominante : distance scout-mât)
   B. « Plus le drapeau est haut, plus le scout est loin. » (Grandeur prédominante : hauteur du drapeau)

   L'enseignant peut alors répéter la phrase en changeant la formulation afin d'habituer les élèves à utiliser un vocabulaire plus varié qui fait référence à la variation des grandeurs de façon plus explicite.

   A. « Plus la distance du drapeau séparant le scout du mât est grande, plus le drapeau est haut. »
   (Grandeur prédominante : distance scout-mât)
   B. « Plus le drapeau est haut, plus la distance entre le scout et le mât est grande. »
   (Grandeur prédominante : hauteur du drapeau)

*Dans la suite de cet exemple, nous allons supposer que c'est la phrase A qui a été dite.

4. Maintenant que les variables sont choisies, nous allons nous interroger sur les valeurs possibles qu'elles peuvent prendre. Dans ce cas-ci, notre variable indépendante qui est la distance entre le scout et le mât va varier de 0 jusqu'à une certaine distance où le drapeau sera rendu au sommet du mât. Il s'agit du domaine de la situation. Il est possible de déterminer la distance entre le scout et le mât lorsque le drapeau est au sommet du mât en utilisant la relation de Pythagore dans le triangle rectangle illustré dans notre représentation schématique. La hauteur du drapeau, notre variable dépendante, va varier de 0 jusqu'à la hauteur maximale qui correspond à la hauteur du mât. Il s'agit du codomaine (ou encore de l'image) de la situation. Nous venons donc de déterminer les dimensions de la fenêtre rectangulaire dans laquelle nous tracerons le graphique.

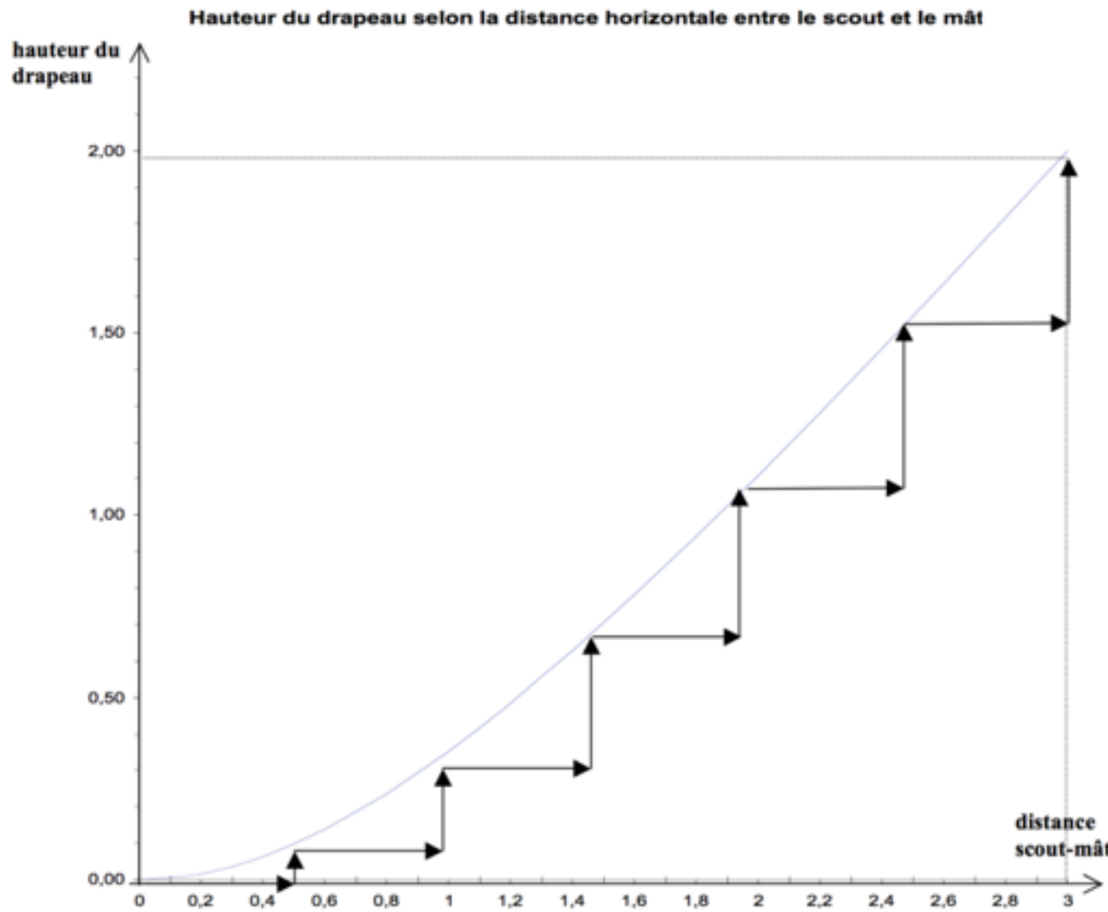
5. En troisième secondaire (Ed. adultes :MAT-3051-2), comme nous nous intéressons de façon spécifique à la caractéristique de variation du modèle linéaire, nous ne pourrons plus nous contenter de tracer un graphique à l'aide des marches-états. Nous allons pour se faire contrôler la variation de notre variable indépendante, la distance horizontale entre le scout et le pied du mât, en utilisant une règle de variation fixe. Par la suite, nous allons observer la façon dont varie la hauteur du drapeau.

6. Pour voir la façon selon laquelle la situation se comporte, il est possible de réaliser l'expérience ou encore de se baser sur un schéma fait. L'enseignant peut demander à la moitié des élèves de travailler dans un tableau de valeurs et à l'autre moitié de travailler en mode graphique. Examinons ce qu'il en est dans le tableau de valeurs suivant :

La hauteur du drapeau placé sur un mât selon la distance séparant le scout du mât
(hauteur du mât : 2 m)
(longueur de la corde : 3,25 m)
(hauteur de la taille du scout : 0,75 m)

	Distance séparant le scout du mât (m)	Hauteur du drapeau (m)	
	0,00	0	
+0,20	0,20	0,02	+0,02
+0,20	0,40	0,06	+0,04
+0,20	0,60	0,14	+0,08
+0,20	0,80	0,23	+0,09
+0,20	1,00	0,35	+0,12
+0,20	1,20	0,48	+0,13
+0,20	1,40	0,63	+0,15
+0,20	1,60	0,78	+0,15
+0,20	1,80	0,94	+0,16
+0,20	2,00	1,10	+0,16
+0,20	2,20	1,28	+0,18
+0,20	2,40	1,46	+0,18
+0,20	2,60	1,64	+0,18
+0,20	2,80	1,82	+0,18
+0,20	3,00	2,00	+0,18

7. Comme dans le mode graphique, on s'intéresse surtout aux accroissements, nous ne reporterons pas les segments complets qui sont issus de l'expérience. Nous allons plutôt considérer les segments qui représentent les accroissements de chacune des grandeurs. Une des conséquences de cela sera qu'on ne repart pas de l'origine à chaque fois. Il suffit de placer l'accroissement de la variable indépendante au point où nous sommes rendus à l'accroissement de la variable dépendante à sa suite.



8. Maintenant, nous allons nous interroger pour savoir s'il est possible de relier les différents points ainsi déterminés pour tracer notre courbe. Il faut donc examiner ce qui se passe si nous considérons des accroissements plus petits de la variable indépendante (ici la distance scout-mât). En examinant la situation de ce point de vue, il est possible de remarquer que peu importe la distance à laquelle le scout se trouve par rapport au mât, le drapeau augmente d'une hauteur supérieure à l'augmentation qu'il avait eu à la position précédente. Graphiquement, pour tout accroissement de la variable indépendante (peu importe où on se trouve sur le graphique), nous avons toujours un accroissement de la variable dépendante qui soit supérieur à celui qui était associé à l'accroissement précédent de la variable indépendante.

9. Il convient maintenant de faire le lien entre la table de valeurs et le graphique afin de bien mettre en évidence la correspondance entre ces modes de représentation. Pour faire cela, il suffit de vérifier si les accroissements calculés dans la table de valeurs correspondent aux segments orientés (flèches) qui partent d'un point précis de notre graphique.

<u>Exemple d'exploitation de cette situation dans une classe de quatrième secondaire</u> (Ed. adultes : MAT-4151-1, MAT-4161-2, MAT-4171-2)

1. L'enseignant présente la situation très brièvement et fait un schéma représentant la situation au tableau. Nous supposerons que nous avons initialement un mât de 2 m de hauteur, une corde de 3,25 m de longueur et que la taille du scout est à 0,75 m de hauteur par rapport au sol.

2. L'enseignant demande aux élèves d'identifier les grandeurs présentes dans cette situation. Il est primordial que ce soit les élèves eux-mêmes qui énumèrent les grandeurs présentes afin de se préparer graduellement à l'étude des paramètres qui peut être faite en quatrième secondaire (Ed. adultes : MAT-4151-1, MAT-4161-2, MAT-4171-2). Au fur et à mesure que les grandeurs sont énumérées, on les représente sur le schéma de la situation et on les identifie par une lettre. Parmi ces grandeurs, on retrouve entre autres la distance entre le scout et le mât (d), la hauteur du drapeau (h), la hauteur du mât (m), la hauteur de la taille du scout (t), la longueur de la corde (c), …

3. Maintenant que l'inventaire des grandeurs présentes dans cette situation est fait, l'enseignant spécifie les deux grandeurs privilégiées : la distance entre le scout et le mât de même que la hauteur du drapeau. Par la suite, il demande aux élèves de décrire leur perception de la situation en une phrase qui va servir à mettre en évidence quelle est la variable indépendante et quelle est la variable dépendante. Ainsi, on peut s'attendre à deux types de phrases différentes :

   A. « Plus la distance séparant le scout du mât est grande, plus le drapeau est haut. »
   (Variable indépendante : distance scout-mât)
   B. « Plus le drapeau est haut, plus la distance entre le scout et le mât est grande. »
   (Variable indépendante : hauteur du drapeau)

   *Dans la suite de cet exemple, nous allons supposer que c'est la phrase A qui a été dite.

4. Nous savons que pour une distance donnée entre le scout et le mât, nous n'obtenons qu'une seule valeur de la hauteur du drapeau qui lui est associée, alors notre situation est une fonction. La hauteur du drapeau (h) est associée à la distance entre le scout et le mât (d) par une certaine règle que nous ne connaissons pas et que nous nommerons temporairement f. Nous avons donc h = f(d) =?

5. Faisons maintenant une petite étude de cette fonction :

    - Domaine : (0,3)
    - Image : (0,2)
    - Points caractéristiques (0,0) ; maximum = 2 lorsque d = 3
    - La fonction est croissante sur tout le domaine. (Lorsque d augmente, h augmente.)
    - La fonction est positive sur tout le domaine puisque les hauteurs de drapeau sont toujours mesurées au-dessus du sol.

6. Il est maintenant possible de tracer le graphique de la fonction comme cela a été fait en troisième secondaire (Ed. adultes : MAT3051-2). Ce que nous allons faire de nouveau, c'est de nous interroger sur l'effet des paramètres. En effet, nous allons modifier les différentes grandeurs que nous avions fixées jusqu'à ici et allons nous questionner sur l'impact de cette modification sur le graphique de la situation.

    La longueur de la corde

    - Si la corde est plus petite, le drapeau ne pourra pas plus être au sol lorsque le scout est près du mât. Le drapeau sera donc à une certaine hauteur initiale. Graphiquement, c'est comme si la courbe du graphique avait subi une translation verticale vers le haut puisqu'il n'y a que la valeur initiale qui est modifiée, par la variation.

    - Si la corde est plus longue, le drapeau restera au sol même lorsque le scout aura avancé d'une certaine distance puisque la corde ne sera pas tendue. Il y aura du « lousse ». Graphiquement, nous aurons un certain intervalle de distances où la hauteur du drapeau est nulle avant qu'elle augmente. Le graphique a donc subi une translation horizontale vers la droite et nous avons ajouté un segment horizontal de l'origine jusqu'au premier point de la courbe originale.

    La hauteur du mât

    - Si le mât est plus grand, le drapeau ne pourra plus être au sol lorsque le scout est prêt du mât. Le drapeau sera donc à une certaine hauteur initiale. Graphiquement, c'est comme si la courbe du graphique avait subi une translation verticale vers le haut puisqu'il n'y a que la valeur initiale qui est modifiée, par la variation.

- Si le mât est plus petit, le drapeau restera au sol même lorsque le scout aura avancé d’une certaine distance puisque la corde ne sera pas tendue. Il y aura du « lousse ». Graphiquement, nous aurons un certain intervalle de distances où la hauteur du drapeau est nulle avant qu’elle augmente. Le graphique a donc subi une translation horizontale vers la droite et nous avons ajouté un segment horizontal de l’origine jusqu’au premier point de la courbe originale.

La taille du scout

- Si la taille du scout est plus petite, le drapeau ne pourra plus être au sol lorsque le scout est près du mât. Le drapeau sera donc à une certaine hauteur initiale. Graphiquement, c’est comme si la courbe du graphique avait subi une translation verticale vers le haut. En plus de cela, pour chaque pas que fait le scout, le drapeau montera en hauteur d’une valeur supérieure à celle de la situation initiale. Le drapeau atteindra plus « rapidement » sa hauteur maximale. Graphiquement, il y aura une contraction de la courbe autour de l’axe des ordonnées.

- Si la taille du scout est plus grande, le drapeau restera au sol même lorsque le scout aura avancé d’une certaine distance puisque la corde ne sera pas tendue. Il y aura du « lousse ». Graphiquement, nous aurons un certain intervalle de distances où la hauteur du drapeau est nulle avant qu’elle augmente. Le graphique a donc subi une translation horizontale vers la droite et nous avons ajouté un segment horizontal de l’origine jusqu’au premier point de la courbe originale. En plus de cela, pour chaque pas que fait le scout, le drapeau montera en hauteur d’une valeur inférieure à celle de la situation initiale. Le drapeau atteindra moins « rapidement » sa hauteur maximale. Graphiquement, il y aura une dilatation de la courbe autour de l’axe des ordonnées.

La position initiale du scout

- Si le scout est plus loin du mât, le drapeau sera donc à une certaine hauteur initiale. Graphiquement, c’est comme si la courbe du graphique avait subi une translation horizontale vers la gauche puisque nous devons aller chercher les hauteurs du drapeau sur le graphique initial à des valeurs supérieures et les ramener …

7. Pour déterminer cette règle, il va falloir analyser de façon plus détaillée le schéma représentant la situation. Comme nous percevons des triangles rectangles dans ce schéma, nous sommes en mesure, à l’aide de nos connaissances en géométrie, de trouver des formules qui associent nos deux variables. Les élèves peuvent cependant avoir de la difficulté à gérer le triangle dans la situation. Il est possible que certains élèves choisissent une procédure qui soit telle qu’ils inversent les variables indépendantes et dépendantes. C’est à l’enseignant de porter attention à cela et de mettre cette erreur en évidence si elle se produit.

Nous savons que la distance entre le scout et le mât est une de nos variables que nous identifions par la lettre d et que la distance entre la taille du scout et le sommet du mât aura une valeur constante égale à la différence entre la hauteur du mât (m) et la hauteur de la taille du scout (t) qui sont toutes les deux des grandeurs constantes dans ce cas-ci puisque nous les fixons pour les besoins de notre analyse. Il s'agit ici de paramètres. Nous noterons donc la distance entre la taille du scout et le sommet du mât (m-t).

Par Pythagore, nous savons donc que la longueur de corde entre le sommet du mât et le scout est définie par l'expression $\sqrt{d^2 + (m-t)^2}$.
(Voir le schéma ci-contre).

La longueur de corde qui longe le mât (corde allant du drapeau au sommet du mât) est donc égale à la différence entre la longueur totale de la corde entre le sommet du mât et le scout. Cette longueur est donc définie par l'expression $c - \sqrt{d^2 + (m-t)^2}$.

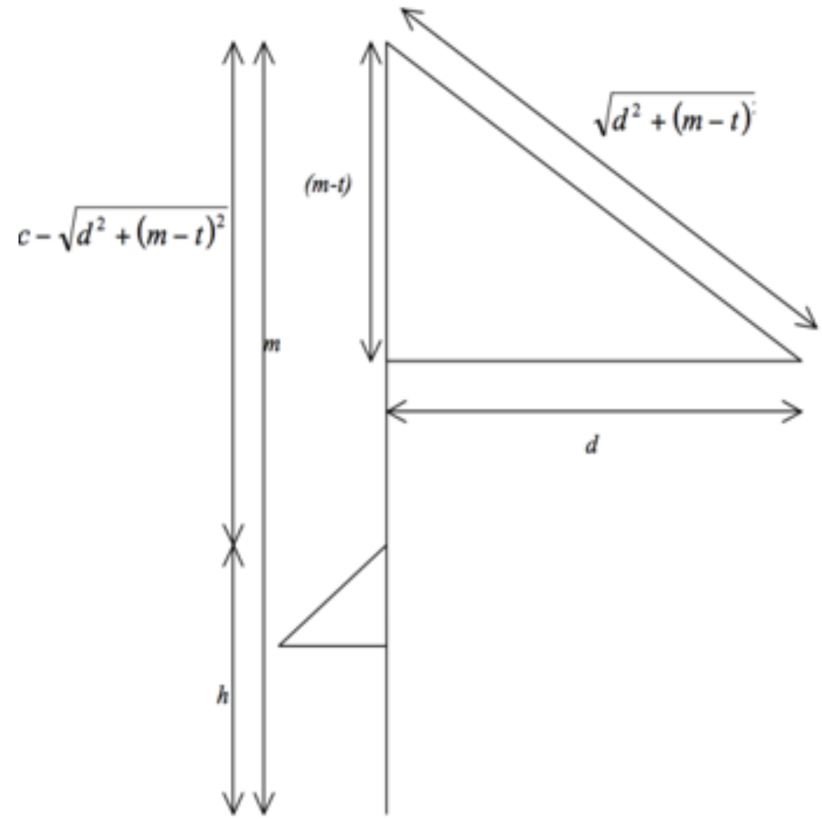
La hauteur du drapeau (h), quant à elle, correspond à la différence entre la hauteur du mât (m) et la longueur de corde entre le drapeau et le sommet du mât $(c - \sqrt{d^2 + (m-t)^2})$. Ainsi, la hauteur du drapeau est déterminée par la règle suivante :

$$h = f(d) = m - [c - \sqrt{d^2 + (m-t)^2}]$$

Remplaçons maintenant certaines grandeurs par les valeurs qui sont connues :

$$h = f(d) = 2 - [3{,}25 - \sqrt{d^2 + (2 - 0{,}75)^2}]$$

On voit clairement que ce n'est pas une formule représentative du modèle linéaire (y= ax+b).



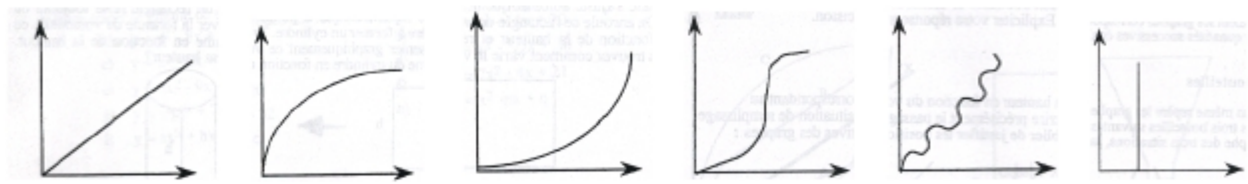
<u>Prolongements possibles de cette situation</u>

- Il est possible de modifier le mécanisme de fonctionnement du drapeau. Par exemple, on peut ajouter une deuxième poulie à la hauteur de la taille du scout de telle sorte qu'on tire la corde horizontalement.
- On peut modifier certains paramètres de la situation et regarder l'influence de cette modification sur l'allure du graphique.
- On peut réutiliser cette situation dans l'étude des fonctions racines carrées en cinquième secondaire (Ed. adultes : MAT-5161-2, MAT-5171-2).

<u>Exercices (quatrième secondaire)</u> (Ed. adultes : MAT-4151-1, MAT-4161-2, MAT-4171-2)

Les graphiques suivants illustrent chacun la hauteur, en fonction du temps, d'un drapeau que hisse un jeune scout.

a) Faire une description (en mots) de la relation entre la hauteur et le temps.
b) Pour chaque graphique, l'interpréter de façon à décrire les actions successives du jeune scout correspondant à celui-ci.



A B C D E F

NOTES PERSONNELLES

SITUATION 13 : LA CHÈVRE

Énoncé du problème

Une chèvre est attachée avec une laisse qui peut coulisser sur une corde qu'on a tendue entre deux piquets de bois plantés dans le sol. En quête d'espace et de liberté, notre chèvre garde toujours sa laisse tendue.

Nous nous intéressons aux grandeurs suivantes : la distance parcourue par la chèvre sur la périphérie de la surface qui lui est accessible, la quantité de corde utilisée (corde du piquet 1 jusqu'à l'anneau de la laisse et la longueur de la laisse). Comment ces grandeurs interagissent-elles ?

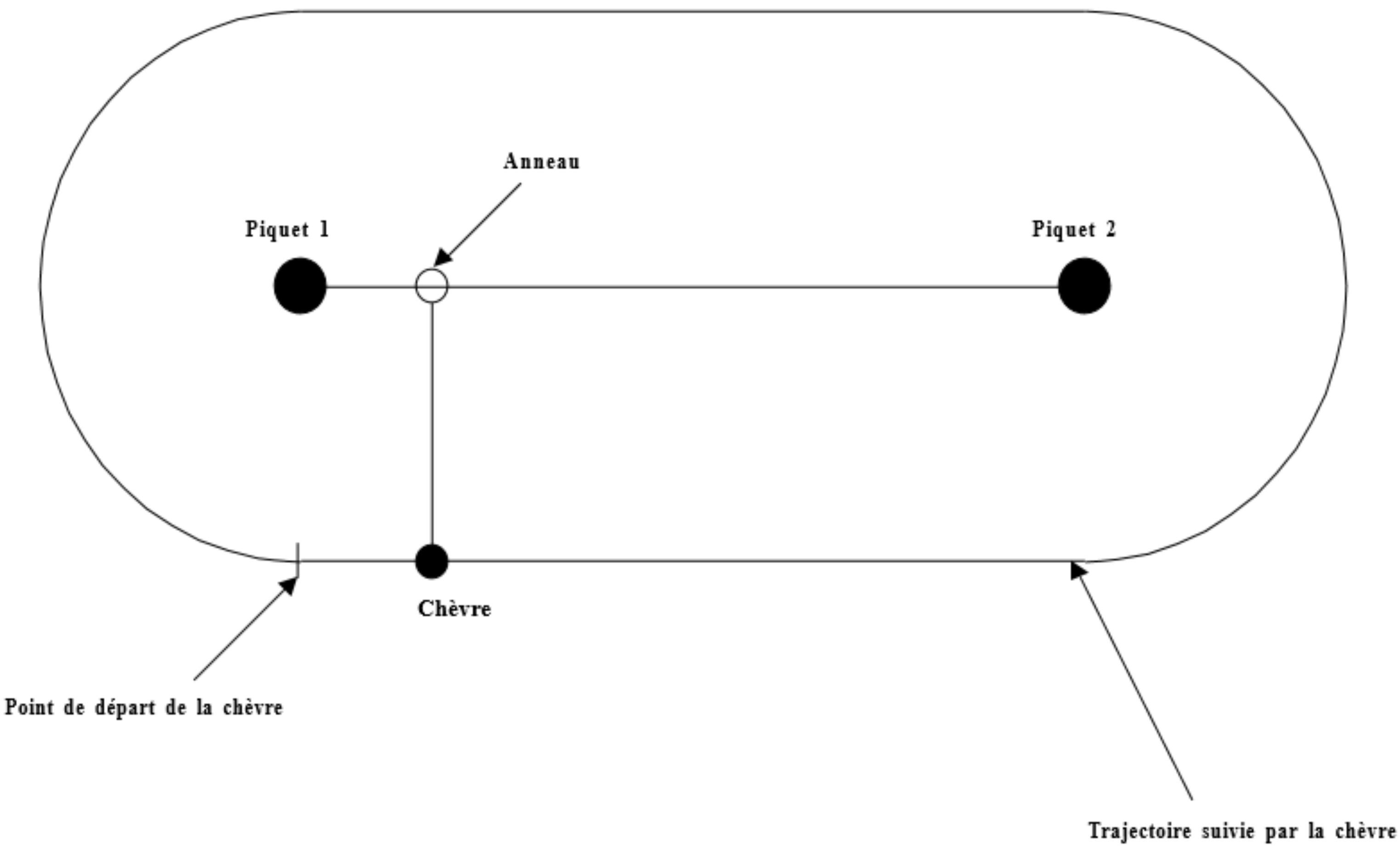
Avantages d'utiliser cette situation

- C'est une situation qui est facilement modélisable dans tous les modes, y compris le mode formel.
- Il y a un travail sur les paramètres qui peut être fait de façon très accessible aux élèves puisque le lien entre le verbal, le formel et le graphique est assez évident.
- Situation visuelle et géométrique : la modélisation graphique peut se faire par reports de segments plutôt que par mesurage.
- L'idée de base de cette situation permet de générer une foule d'autres situations intéressantes comme nous l'expliquons dans les prolongements de cette situation.
- La situation permet d'aborder en parallèle d'autres notions traitées au 2e cycle du secondaire. Notamment, celles de la distance et du lieu géométrique.

Tableau de traduction

De \ À	Expérience	Verbal	Schéma	Table de valeurs	Graphique	Formel
Expérience	X	X	X		X	X
Verbal		X	X			X
Schéma	X	X	X		X	X
Table de valeurs						
Graphique		X	X		X	
Formel	X	X	X		X	X

LA CHÈVRE - REPRÉSENTATION SCHÉMATIQUE



<u>Exemples d'exploitation de cette situation dans une classe de quatrième secondaire</u> (Ed. adultes : MATH-4151-1, MATH-4161-2, MATH-4171-2)

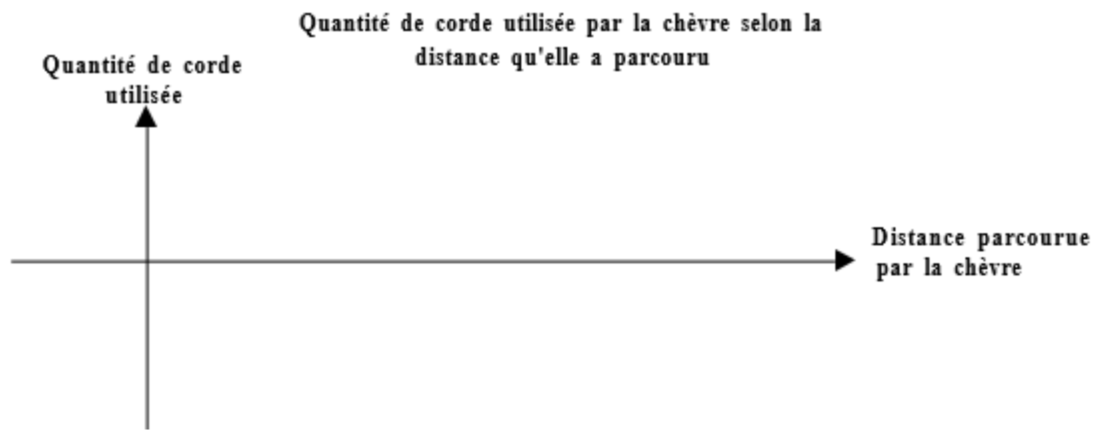
1. L'enseignant présente la situation très brièvement, c'est-à-dire qu'il ne fait que lire l'énoncé du problème aux élèves.
2. L'enseignant demande aux élèves d'identifier les grandeurs présentes dans cette situation. Il est primordial que ce soit les élèves eux-mêmes qui énumèrent les grandeurs présentes afin de faire la distinction entre les grandeurs qui varient et les grandeurs que nous fixerons momentanément (que nous appelons aussi paramètres). Parmi ces grandeurs, on retrouve entre autres :

    - Longueur de la laisse.
    - Distance entre les piquets.
    - Hauteur des piquets.
    - Superficie d'herbe broutée.
    - Distance parcourue par la chèvre sur sa trajectoire depuis le départ.
    - Distance entre l'anneau et le piquet 1.
    - Distance entre l'anneau et le piquet 2.
    - Distance entre la chèvre et le piquet 1.
    - Distance entre la chèvre et le piquet 2.
    - Quantité de corde utilisée (du piquet 1 à l'anneau et de l'anneau à la chèvre).
    - Périmètre de la figure définie par la trajectoire de la chèvre.
    - …

3. Maintenant que l'inventaire des grandeurs présentes dans cette situation est fait, l'enseignant spécifie les deux grandeurs privilégiées : la distance parcourue par la chèvre depuis le départ de même que la quantité de corde utilisée. Par la suite, il demande aux élèves de décrire leur perception de la situation en une phrase qui va servir à mettre en évidence quelle est la grandeur prédominante et quelle est la grandeur conséquente. Cette description permettra aussi à l'enseignant de cerner comment ses élèves appréhendent la situation. Ainsi, on peut s'attendre à deux types de discours différents par les élèves :

Variable indépendante (Grandeur prédominante)	**Distance parcourue par la chèvre sur sa trajectoire à partir du point de départ.** ***Cas que nous allons privilégier**	**Quantité de corde utilisée (Piquet 1 → anneau → chèvre)** ***Verbalisation très difficile**
Exemple de discours (Verbal)	Lorsque la chèvre se déplace sur sa trajectoire en direction du piquet 2, la quantité de corde utilisée augmente. Lorsqu'elle tourne autour du piquet 2, la quantité de corde utilisée demeure constante. Lorsque la chèvre revient vers le piquet 1, la quantité de corde diminue. Lorsque la chèvre tourne autour du piquet1, la quantité de corde utilisée demeure constante et correspond à la longueur de la laisse.	Lorsque la quantité de corde utilisée est la plus courte, la chèvre a parcouru une distance sur sa trajectoire qui fait en sorte qu'elle se trouve sur le demi-cercle près du piquet 1. Lorsque la quantité de corde utilisée est la plus longue, elle a parcouru une distance qui fait en sorte qu'elle se trouve sur le demi-cercle près du piquet 2. Lorsque la quantité de corde utilisée se situe entre ses deux valeurs, elle a parcouru une distance qui fait en sorte qu'elle se trouve sur l'un ou l'autre des segments de droite de sa trajectoire.

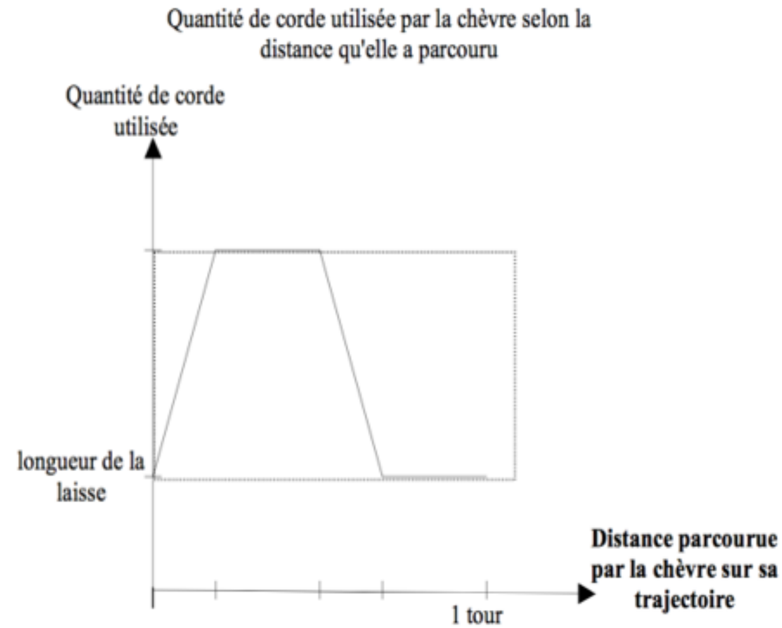
4. Maintenant que nous avons choisi notre grandeur prédominante, il est possible d'identifier nos axes sur notre représentation graphique : la grandeur prédominante est placée en abscisse et la grandeur conséquente est placée en ordonnée.



5. Maintenant, il faut s'interroger sur les valeurs possibles que peuvent prendre chacune des grandeurs et plus particulièrement, les valeurs extrêmes prises par la situation .Dans ce cas-ci, la distance parcourue par la chèvre sur sa trajectoire varie entre 0 et l'infini (si la chèvre fait plusieurs tours sur le même parcours). Nous pouvons aussi supposer, comme c'est le cas ici, que la chèvre ne fait qu'un tour et que si elle en faisait plus, les mêmes phénomènes seraient observables à nouveau. C'est une fonction qui est périodique. La quantité de corde utilisée, quant à elle, varie entre la longueur de la laisse et la somme de la longueur de la laisse et de la corde tendue entre les deux piquets. Nous venons donc de définir le domaine et le codomaine de cette situation. Ces valeurs détermineront donc les dimensions de la fenêtre rectangulaire à l'intérieur de laquelle nous tracerons le graphique.

6. Suite à cela, le travail de graduation des axes du plan cartésien doit s'amorcer. Après avoir positionné les valeurs minimales et maximales sur chacun des axes, nous devons choisir des graduations qui seront-elles aussi représentatives de la situation. Par exemple, pour la distance parcourue par la chèvre, nous aurons un premier point repère lorsque la chèvre est rendue au bout du segment de sa trajectoire allant du piquet 1 au piquet 2. Il y en aura une autre à la fin de la portion semi-circulaire se trouvant près du piquet 2. Il y aura un troisième point repère lorsque la chèvre sera rendue au bout du segment allant du piquet 2 au piquet 1. Après avoir franchi l'autre portion semi-circulaire, la chèvre aura fait un tour complet. Pour ce qui est de la quantité de corde utilisée, nous ne pouvons placer que deux graduations approximatives : le minimum (longueur de la laisse) et le maximum (longueur de la laisse + longueur de la corde tendue entre deux piquets).

7. L’enseignant demande aux élèves de faire le graphique qui représente leur interprétation de la situation, l’enseignant circule dans la classe afin d’identifier différents types de graphiques (droite passant par l’origine, courbe incurvée vers ou vers le bas, …) faits par les élèves. Il distribue des acétates à certains d’entre eux afin de les amener, un peu plus tard, à expliquer au reste de la classe le graphique qui traduit leur perception de la situation.



8. L’enseignant demande aux élèvess présélectionnés de venir présenter, à tour de rôle, leur modélisation graphique à l’avant de la classe. Il faut surtout s’assurer qu’il y ait concordance entre la verbalisation qui est faite et le graphique tracé par l’élève. L’enseignant doit donc corriger le discours afin de s’assurer que la grandeur prédominante le soit tout au long de la verbalisation et que l’élève ne fait pas apparaître dans son discours des grandeurs qui ne sont pas considérées dans la situation. (Nous pouvons nous attendre entre autres à ce que le temps apparaisse et il faudrait alors faire réaliser aux élèves que nous n’avons pas besoin du temps pour expliquer cette situation.)

9. Passons maintenant à la modélisation formelle de la situation. Comme le graphique n’appartient pas à un des modèles auquel nous sommes habitués, nous devrons définir les règles de cette situation pour chaque partie.

   Quantité de corde utilisée

   = longueur de la laisse + distance parcourue par la chèvre
   (si 0 < distance parcourue < longueur de corde tendue entre les deux piquets)

   = longueur de la laisse + longueur de la corde tendue entre les deux piquets
   (si longueur de corde tendue entre les deux piquets< distance parcourue < ½ tour)

   = longueur de la laisse + longueur de la corde tendue entre les piquets – distance parcourue par la chèvre
   (½ tour < distance parcourue < ½ tour + longueur de la corde tendue entre les deux piquets)

   = longueur de la laisse
   (si ½ tour + longueur de la corde tendue entre les deux piquets < distance parcourue < 1 tour)

Prolongements possibles de cette situation

- Il est possible d'imaginer une foule d'autres situations avec la seule idée d'attacher une chèvre :

  - La chèvre est attachée à un coin de sa cabane dont la base est carrée. Elle se déplace autour de sa cabane en gardant toujours la corde tendue. La longueur de la corde est égale au périmètre de la cabane.
  - La chèvre est attachée après un crochet fixé dans le tronc d'un arbre. Elle se déplace autour de l'arbre en gardant la corde tendue.
  - La chèvre est dans un enclos de forme circulaire. On l'attache à un des poteaux de la clôture délimitant cet enclos.
  - …

- Il est possible de faire un travail intéressant sur les paramètres et d'examiner ce qui se passe dans les différents modes de représentation.

  - Que se passe-t-il si on fait varier la longueur de la laisse de la chèvre ?
  - Que se passe-t-il si on modifie la position du point de départ de la chèvre ?
  - Que se passe-t-il si on éloigne les deux piquets ? Si on les rapproche ?

- Il est possible de travailler la notion de lieu géométrique avec l'idée de la chèvre :

  - Cercle : Une chèvre est attachée à un piquet à l'aide d'une corde.
  - Ellipse : Le collier d'une chèvre est attaché à une corde fixée à deux piquets (cette dernière corde n'est pas tendue).
  - Médiatrice : La chèvre est reliée à deux piquets qui sont munis d'un mécanisme permettant de faire varier la longueur de la corde du piquet à la chèvre tout en s'assurant que la chèvre soit toujours à la même distance des deux piquets.
  - …

- Recréer certaines de ces situations en attachant un élève avec une corde dans la cour d'école. Il est possible de laisser certaines traces sur le sol en utilisant des craies de trottoir.

SITUATION 14 : LE VOL PARIS-MONTRÉAL

Énoncé du problème

Un avion transporte des passagers de Paris à Montréal.

Nous nous intéressons aux grandeurs suivantes : le temps que met l'avion à franchir la distance Paris-Montréal, la vitesse de l'avion sur ce trajet.

Comment ces grandeurs interagissent-elles ?

Avantages d'utiliser cette situation

- Cette situation est d'autant plus profitable si elle est utilisée alors que le travail de modélisation graphique a déjà été traité en classe. En effet, lorsque les élèves croient qu'ils sont rendus bons, il est possible de leur faire remarquer que les vieux réflexes sont toujours présents et qu'ils ne réfléchissent pas suffisamment à ce qu'ils font. En effet, comme il est question du temps dans les grandeurs considérées, il y a de fortes chances pour qu'une chronique fasse son apparition et que les élèves soient piégés puisque ce n'en est pas une.

- Contrairement aux autres situations, notre représentation en mode graphique ne représentera pas un déroulement unique d'expérience, mais bien un ensemble infini d'expériences. Chaque point de la courbe constituera un voyage en soi qui a été fait en un temps donné.

- Il est possible de faire une certaine réflexion sur le concept de limite : si je vais extrêmement rapidement, il est possible que la durée du vol s'approche de zéro.

Tableau de traduction

À / De	Expérience	Verbal	Schéma	Table de valeurs	Graphique	Formel
Expérience					X	
Verbal		X			X	
Schéma						
Table de valeurs						
Graphique		X			X	
Formel				X		X

Exemple d'exploitation de cette situation dans une classe du premier cycle du secondaire

1. L'enseignant présente le problème à ses élèves sans donner d'indication sur la façon de varier des deux grandeurs.

2. Demander aux élèves d'identifier les grandeurs qui sont présentes dans cette situation. En plus du temps et de la vitesse moyenne, il est fort probable que la distance soit mentionnée puisqu'elle intervient dans la formule de la vitesse. Dans ce cas-ci, comme il s'agit de la distance entre Paris-Montréal, il est évident qu'il s'agira d'une grandeur qui est fixée.

3. L'enseignant demande ensuite aux élèves de décrire, sur une feuille de papier, leur perception de la situation par une phrase qui va servir à mettre en évidence quelle est la grandeur prédominante et quelle est la grandeur conséquente. Suite à l'écriture de cette phrase, l'enseignant demande également aux élèves de faire la modélisation graphique de cette situation. Dans ce cas-ci, il est suggéré d'inviter rapidement les élèves à réaliser leur esquisse graphique. On espère ici éviter que l'enseignant n'influence cette réalisation en faisant état des « pièges » de cette situation.

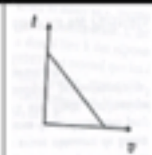
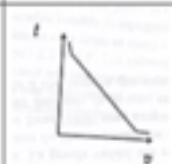
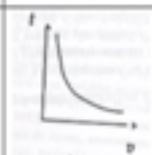
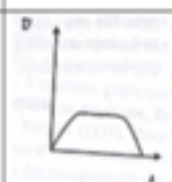
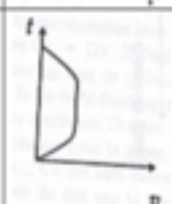
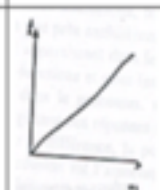
4. Pendant que les élèves réalisent leur modélisation graphique, l'enseignant circule dans la classe et tente d'identifier des élèves qui ont produit différents graphiques (voir les 6 cas possibles recensés lors d'une étude de Claude Janvier[5] à la page suivante).

5. Demander aux élèves identifiés précédemment de venir faire, à tour de rôle, la présentation de leur graphique à l'avant de la classe et faire ressortir les éléments qui s'éloignent de notre situation initiale.

6. Avant de passer au graphique correct, il peut être utile de mimer la situation et de la visualiser. Il s'agit pour l'enseignant de placer ses doigts sur un segment tracé au tableau à différentes vitesses.

7. Il est maintenant possible de mettre en évidence le fait que si on produit une représentation graphique à partir des valeurs que nous avons calculées, chaque point du graphique correspondra à une expérience en soi et que pour cette raison, on ne devrait pas relier les différents points placés dans notre plan cartésien. Il est également possible de faire une réflexion sur les limites de cette situation. Bien que la courbe semble s'approcher d'un temps nul, le temps ne sera jamais nul, il y a certains facteurs de la vie réelle qui permettent de l'expliquer. Il faut ici laisser place à la discussion et se servir des idées les plus intéressantes émises par les élèves pour faire des liens avec des éléments d'apprentissages ultérieurs lorsque l'occasion s'y présentera (situation inversement proportionnelle, limites …)

[5] JANVIER, Claude, *Les graphiques cartésiens : des traductions aux chroniques in* Les sciences de l'éducation, numéro I-3, 1993, pages 17-37.

Catégories de représentations des élèves	Exemple de représentation graphique	Exemple de phrase illustrant la perception des élèves	Conceptions diverses qui ont pu influencer les élèves dans leur solution
La relation linéaire à pente négative		<<Plus ça va vite, moins ça prend de temps.>>	• Idée générale de la variation : lorsque la vitesse augmente, la durée du vol diminue. • Pas de véritable réflexion sur la façon de varier. • Tendance à linéariser.
La relation linéaire à pente négative corrigée		<<Plus ça va vite, moins ça prend de temps.>>	• Mêmes considérations que pour la relation linéaire à pente négative. • Conscience de l'impossibilité d'avoir un vol si la vitesse est nulle.
La relation proportionnelle inverse		<<Plus ça va vite, moins ça prend de temps.>>	• Idée générale de la variation : lorsque la vitesse augmente, la durée du vol diminue. • Véritable réflexion sur la façon de varier. • Possible recours à la formule de la vitesse.
La chronique		<<Lors du décollage, l'avion accélère jusqu'à sa vitesse de croisière. Par la suite, la vitesse est constante. Durant l'atterissage, l'avion ralentit.>>	• Il s'agit de la représentation de la vitesse de l'avion au cours d'un vol en particulier. • C'est une histoire qu'on raconte(chronique). • Inversion des axes : énoncé du problème mal compris.
La chronique symétrique		<<La vitesse est nulle au début et à la fin du voyage. Chacune des vitesses intermédiaires apparaît à deux moments différents. La vitesse maximale a été utilisée durant un long intervalle de temps.>>	• Il s'agit de la représentation de la vitesse de l'avion au cours d'un vol en particulier. • C'est une histoire qu'on raconte(chronique). • Axes placés d'après les consignes.
La relation de croissance.		<<Plus je vais loin, plus ça prend de temps.>>	• Tendance à linéariser. • Mauvais choix de grandeurs dans l'analyse de la situation.

Prolongements possibles de cette situation

- Analyser certains articles de revues ou de journaux et constater qu'eux aussi ont tendance à linéariser ce qui ne doit pas l'être.

- Il est possible de retravailler cette situation en troisième et cinquième secondaire lors de l'étude des fonctions inversement proportionnelles. (Ed. adultes : MAT-3051-2, MAT5161-2, MAT-5171-2).

- Faire une réflexion sur les valeurs réellement possibles dans la vie courante et les raisons qui motivent ces contraintes (puissance des moteurs, force de frottement de l'air, raisons sécuritaires …)

- En sciences, il y a une multitude de situations qui sont analogues à celle-ci. Effectivement, chaque point de la courbe constitue une expérience en soi. On peut penser entre autres à la taille d'une population de bactéries qui varie selon la température, ou encore, à l'expansion d'une tige de métal sous l'effet de la chaleur.

NOTES PERSONNELLES

Partie 3 : Situations survolées

SITUATION 15 : LA LOCATION D’UN OUTIL

<u>Énoncé du problème</u>

Tu as besoin d’une sableuse pour sabler les planchers de bois franc de ta nouvelle maison. Comme tu n’en as pas et que tu ne connais personne qui en possède une, tu dois en louer une.

Nous nous intéressons aux grandeurs suivantes : le coût de la location, le temps d’utilisation.

Comment ces grandeurs interagissent-elles ?

<u>Avantages d’utiliser cette situation</u>

- C’est un bon exemple de situation appartenant au modèle linéaire.
- C’est une situation « proportionnelle à une constante près » que l’on peut facilement modéliser même au premier cycle du secondaire (Ed. adultes : MAT-2101-3).
- La modélisation formelle est facilement accessible par cumul des accroissements si nous avons un tableau de valeurs.
- Il est possible de faire un travail sur les paramètres en modifiant soit le montant de base, soit le tarif journalier.

<u>Suggestions de façons d’aborder la situation avec les élèves</u>

- Supposons que la location de cet outil coûte 85 $ par jour et qu’il y a un montant de base de 100 $. Demander aux élèves de représenter cette situation par un tableau de valeurs et un graphique.
- Déterminer la règle de la situation en cumulant les accroissements dans le tableau de valeurs. « Le coût de location de l’outil est de 100 $ en plus de 85 $ autant de fois qu’il y a de jours qui s’écoulent. «

Coût = 100 + 85 x nombre de jours

	Nombre de jours	Coût	
	0	100	
+1	1	185	+85
+1	2	270	+85
+1	3	355	+85
+1	4	440	+85
+1	5	525	+85
+1	6	610	+85

- Modifier les paramètres (montant de base ou tarif journalier) et observer l’effet de ces modifications sur les différents modes de représentation.

SITUATION 16 : LA TASSE DE CAFÉ

Énoncé du problème	Suggestions de façons d'aborder la situation avec les élèves
Une personne se prépare deux tasses de café. Elle en laisse une reposer sur la table et met l'autre au réfrigérateur. Nous nous intéressons aux grandeurs suivantes : le temps écoulé, la température du café dans la tasse. Comment ces grandeurs interagissent-elles ? **Avantages d'utiliser cette situation** ▪ C'est un problème qui pourrait être résolu à la maison. Les résultats recueillis par chaque élève pourraient être comparés. Leurs différences discutées. ▪ Les grandeurs sont interchangeables puisque nous pouvons contrôler les grandeurs lors d'une expérience.	▪ Faire des liens avec la biologie humaine et analyser les facteurs pouvant occasionner un changement de la température du corps et les impacts possibles : hypothermie, … ▪ Observer aussi la variation de température lorsqu'on modifie notre « café » en lui ajoutant du lait par exemple. ▪ Observer la variation de la température du café si on le transvide dans une contenant isolant.

SITUATION 17 : LE DEGRÉ DE VISCOSITÉ

<table>
<tr>
<td>

Énoncé du problème

Les différents produits liquides que nous utilisons n'ont pas tous la même texture. Certains produits sont plus visqueux que d'autres. Est-il possible de classer ces produits selon leur degré de viscosité ?

Nous nous intéressons aux grandeurs suivantes : la distance parcourue par une substance sur un plan incliné recouvert d'une feuille d'aluminium et le temps.

Comment ces grandeurs interagissent-elles ?

Avantage d'utiliser cette situation

- C'est un problème sur lequel nous ne nous pencherions pas de façon naturelle, mais qui est tout de même bien amusant puisque nous comparons des produits de notre vie quotidienne (une goutte de lait 3,25%, une goutte de crème de table, une goutte de crème à fouetter, une goutte d'huile d'olive, sirop d'érable…).
- Expliquer le lien entre la viscosité et la vitesse de déplacement.
- La situation peut être approchée de deux façons différentes. Considérer des intervalles de temps égaux et mesurer les distances parcourues par les produits ou le contraire, considérer des intervalles de distances égaux et mesurer le temps nécessaire à la substance pour franchir ces distances. Vérifier si les valeurs obtenues constituent une propriété caractéristique de la substance.

</td>
<td>

Suggestions de façons d'aborder la situation avec les élèves

- Permettre aux élèves de faire un premier classement qualitatif de diverses substances simplement en les touchant ou en les goûtant.

- Superposer les courbes de différents produits dans un même graphique et se servir des observations ainsi possibles pour classer les substances. (Utiliser une légende pour distinguer les produits.)

Autre situation possible

- S'intéresser à la distance parcourue par une bille d'une certaine masse dans différentes substances (miel, huile d'olive..) au fil du temps.

- Pour une même substance (exemple : le miel) quelle est l'influence de la variation du rayon d'une bille sur la distance parcourue selon le temps.

</td>
</tr>
</table>

SITUATION 18 : LE PARCOMÈTRE

Énoncé du problème	**Suggestions de façons d'aborder la situation avec les élèves**
Plusieurs municipalités, dans le but d'avoir des sources de revenus supplémentaires, font installer des parcomètres sur les rues les plus achalandées. Nous nous intéressons aux grandeurs suivantes : la durée de stationnement, le coût du stationnement. Comment ces grandeurs interagissent-elles ? **Informations en vrac** ▪ Pour stationner dans un secteur où il y a des parcomètres dans les rues, il en coûte 0,25 $ par période de 6,7 minutes jusqu'à un maximum de deux heures à la fois. ▪ Certains stationnements ont également des parcomètres qui permettent le stationnement pour des durées supérieures à deux heures et qui offrent parfois des tarifs spéciaux : 10$ pour la journée, par exemple. ▪ Certains parcomètres ont des heures d'utilisation prédéfinies. Ainsi, il est possible que le stationnement soit gratuit après 18h00. ▪ Exemple de situations analogues : location de bicyclette ou d'outils. Il est possible que la personne qui offre le service de location exige un dépôt.	▪ Prolongement possible de la situation : *La course en taxi.* ▪ Modifier le type de parcomètre. Certaines idées se trouvent dans la rubrique « informations en vrac » ci-contre, ou encore, supposer qu'il reste un certain nombre de minutes affiché suite au départ de la personne qui vous a précédé et que vous pouvez bénéficier de ce temps. Examiner les différences entre les représentations graphiques. ▪ Il est possible de faire un certain travail sur les parcomètres. Par exemple, s'il s'agit du stationnement d'une marina, il est possible que le conducteur doive utiliser deux places : une pour sa voiture et une autre pour la remorque et son bateau.

SITUATION 19 : LA POPULATION DE BACTÉRIES

Énoncé du problème

Un chercheur observe l'évolution des colonies de bactéries.

Il s'intéresse aux grandeurs suivantes : la taille de la population de bactéries (diamètre de la tache), la température.

Comment ces grandeurs interagissent-elles ?

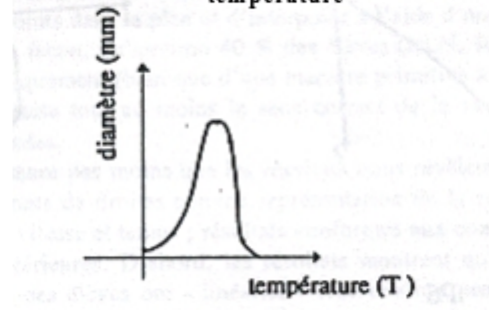
Avantages d'utiliser cette situation

- Elle met en évidence la chronique : les élèves croient que le graphique est une courbe illustrant la variation de la colonie de bactéries dans le temps.
- Chaque point de la courbe représente une expérience en soi.
- Elle permet une réelle réflexion sur le fait de relier les points d'un graphique.
- La situation relève du domaine scientifique et peut facilement être à la base d'une activité interdisciplinaire entre les mathématiques et les sciences.
- C'est une situation où la grandeur prédominante est facilement identifiable par une réflexion sur le protocole expérimental : il est beaucoup plus facile de contrôler la température que de contrôler le diamètre d'une colonie de bactéries.

Suggestions de façons d'aborder la situation avec les élèves

- Réaliser l'expérience en prenant quelques bactéries qui existent de façon naturelle sur les parois internes de notre bouche.
- Simplement demander aux élèves d'interpréter le graphique suivant :

Taille d'une population de bactéries selon la température



- Faire une réflexion sur la possibilité de tracer un graphique de la sorte si nous ne disposons que d'une seule population de bactéries : si nous n'avons qu'une seule colonie de bactéries, nous ne pouvons pas contrôler toutes les grandeurs qui sont présentes dans la situation pour n'observer que la température et la taille de de la population de bactéries. En effet, nous ne pourrions pas contrôler le temps. Si nous modifions la température à laquelle est exposée une population de bactéries, il y a un certain temps qui s'écoule. Dans un tel cas, qu'est-ce qui nous dit que le temps n'a pas eu un effet sur la taille de la population ? Pour fixer le temps, la seule solution possible est d'avoir plusieurs populations de bactéries exposées à des températures différentes pour une même durée.

SITUATION 20 : LE PLONGEUR

<table>
<tr>
<td>

<u>Énoncé du problème</u>

Plusieurs personnes font de la plongée comme passe-temps.

Nous nous intéressons aux grandeurs suivantes : la profondeur à laquelle se trouve le plongeur, le temps.

Comment ces grandeurs interagissent-elles ?

<u>Avantages d'utiliser cette situation</u>

- Il est possible d'aller dans les négatifs puisque la profondeur peut être vue comme une hauteur négative (sous le niveau de la mer).
- Les grandeurs sont interchangeables : on peut contrôler soit le temps, soit la profondeur. Cependant, nous devons nous attendre à ce que les élèves choisissent le temps comme grandeur prédominante étant donné leur tendance à la chronique.
- Il est possible de faire un certain travail sur les paramètres : quelle différence y-a-t-il sur le graphique si le plongeur plonge d'un tremplin de trois mètres plutôt que du bord de l'eau ? Est-ce que la masse du plongeur a une influence sur la profondeur à laquelle il peut aller ?
- Le titre est important puisque chaque plongeon peut avoir une modélisation graphique qui lui est propre.

</td>
<td>

<u>Suggestions de façons d'aborder la situation avec les élèves</u>

- S'il y a une piscine dans l'école, pourquoi ne pas réaliser l'expérience avec les élèves ?
- Faire un travail sur les paramètres en modifiant l'endroit d'où le plongeur saute.
- Imposer aux élèves de faire un graphique du temps en fonction de la profondeur et de la décrire verbalement.
- Faire une entrevue avec une personne qui fait de la plongée sous-marine et l'interroger sur les profondeurs auxquelles elle peut aller, …
- Comparer le graphique obtenu avec celui de la profondeur en fonction de la distance parcourue et se questionner sur la façon de les distinguer et de les interpréter. Faire une réflexion sur l'importance du titre et de l'identification des axes.
- Les élèves peuvent travailler deux par deux : un des élèves décrit une plongée et l'autre tente de la représenter graphiquement.

</td>
</tr>
</table>

INDEX SCHÉMATIQUE DES VARIABLES DIDACTIQUES

		Situations détaillées														Situations survolées					
		Ombres	Eau qui bout	Étirement d'un ressort	Bouteille	Gonflage d'un ballon	Course en taxi	Trait sur le mur	Cercle	Facture d'électricité	Promenade en montagne	Température & altitude	Drapeau du scout	Ch;evre	Vol Paris-Montréal	Location d'un outil	Tasse de café	Degré de viscosité	Parcomètre	Population de bactéries	Plongeur
Variables didactiques	Conflit objet-source/objet-cible				X						X				X						X
	Chronique		X		X		X			X	X	X	X		X	X	X			X	
	Numérique ou non	X		X		X		X					X	X							
	Temps ≠ variable ind.														X						
	Grandeurs interchangeables				X				X		X	X	X	X	X	X		X	X		X
	Grandeurs négatives											X		X							X
	Graphique représentant un ensemble d'expériences			X											X					X	